Andengradspolynomiet

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 5 opgaver over.

Opgave 1

Bestem ved hjælp af toppunktsformlen koordinaterne til parablernes toppunkt og angiv skæringspunkter med koordinatakserne.

$f_1(x) = 2x^2 - 2x + 1,\qquad f_2(x) = -3x + 6x + 1,$

$f_3(x) = -x^2 + 4,\qquad f_4(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1,$

$f_5(x) = 2x^2 + 4x + 2,\qquad f_6(x) = \frac{2}{5}x^2.$

Opgave 2

Nedenfor ser forskrifter for en række 2. gradspolynomier:

$f_1(x) = 2x^2 + 3x,\qquad f_2(x) = -3x^2 + x + 1$

$f_3(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 2x + 4,\qquad f_4(x) = -x^2 + 4$

$f_5(x) = 4x^2 + 2x + 3,\qquad f_6(x) = \frac{2}{5}x^2 + x + 1$

De tilsvarende parabler kaldes P_n. Angiv rækkefølgen, når den stejleste parabel, der vender grenene opad, skal stå først, og den stejleste, der vender grenene nedad, skal stå sidst.

Opgave 3

Grafen for $f(x) = ax^2 + 4x + c$ har toppunkt i $(-1{,}2)$. Bestem $a$og c.

Grafen for $f(x) = -x^2 + bx + c$ har toppunkts i $(2{,}1)$. Bestem b og c.

Opgave 4

Angiv en forskrift for det andengradspolynomium f, der har rødderne r_1 og r_2, og hvor parablen går gennem (g, h), når

1) $r_1 = 1, r_2 = -3$ og $(g, h) = (0{,}6)$
2) $r_1 = 2, r_2 = 6$ og $(g, h) = (7{,}10)$
3) $r_1 = 0, r_2 = 5$ og $(g, h) = (-1{,}2)$
4) $r_1 = -2, r_2 = -2$ og $(g, h) = (-1, -1)$

Opgave 5

Angiv en forskrift for det andengradspolynomium, hvis graf går gennem de angivne punkter:

1) $(1,0), (5,0)$ og $(0,3)$
2) $(-1,0), (3,0)$ og $(1,2)$
3) $(-1,2), (3,2)$ og $(1,-1)$
4) $(1,1), (2,1)$ og $(3,4)$

Vink: I hvert af de to sidste tilfælde har to af punkterne samme y-koordinat.

Opgave 6

Løs ulighederne

1) $3x^2 + 4x - 7 > 0$
2) $-2x^2 + 8x - 8 \geq 0$
3) $x^2 + 3x + 5 < 0$
4) $-3x^2 + 4x - 10 < 0$
5) $2x \cdot (x - 4) \leq 0$
6) $0{,}5x^2 - 3 > 0$
7) $x^2 + 3x - 6 < 3 \cdot (x - 2)$

Opgave 7

a) Beregn værdien af t således at ligningen $-x^2 + 3x + t = 0$ har præcis én løsning.

b) Bestem a, så uligheden $2x^2 \leq ax - 18$ kun har løsningen $x = 3$.

Opgave 8

a) Bestem a, så uligheden $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 1 \leq -2x^2 + 8x + a$ har løsningen $[1,2]$.

Opgave 9

a) Der er givet ligningen: $2x^2 - 3k^2x - (k+32) = 0,\ k \in R$

Det oplyses, at $x = 4$ er løsning til ligningen.

Beregn konstanten k. En funktion *f* er givet ved: $f(x) = x^2 - x + c$,
hvor *c* er en konstant. Bestem tallet *c*, så funktionens graf går
gennem punktet $P(3,4)$.

Opgave 10

a) Løs uligheden $-4x^2 + 6x - 2 < 0$. Bestem derefter de tal a, for
hvilke uligheden $-4x^2 + ax - 2 > 0$ ikke har nogen løsning.

b) En funktion *f* er givet ved: $f(x) = x^2 + bx + c$, hvor b og c er konstanter. Beregn
konstanterne *b* og *c* således at funktionen får nulpunkter for
$x = 5$ og for $x = -2$.

Opgave 11

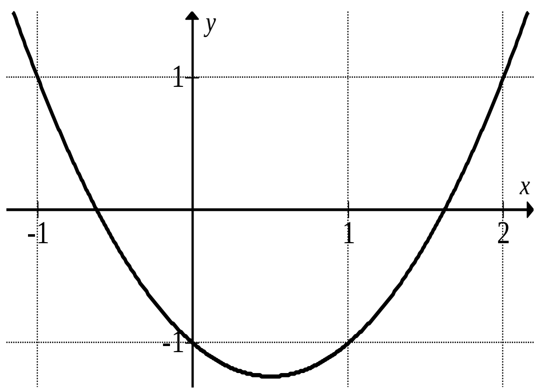
En parabel er givet ved ligningen: $y = x^2 + 2x + p$, hvor *p* er et reelt tal.

a) Bestem for $p = -2$ koordinatsættet til parablens toppunkt.

b) Bestem *p* således, at linjen med ligningen: $y = -x - 1$ skærer parablen
i to forskellige punkter.

Opgave 12

På figuren er vist grafen for et andengradspolynomium $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$,
hvor a, b og *c* er konstanter. Diskriminanten betegnes med *d*.



a) Bestem på grundlag af figuren fortegnet for a, b, c og *d*.

b) Bestem på grundlag af figuren eventuelle løsninger til ligningen:
$f(x) = -1$.

Opgave 13

Grafen for et andengradspolynomium $f(x) = ax^2 + bx + c$ har toppunkt i punktet $P(3,0)$. Endvidere skærer grafen for *f* *y*-aksen i $Q\left(0, \frac{9}{2}\right)$.

a) Skitsér grafen for *f* og bestem herudfra fortegn for konstanterne a og c.

b) Beregn b.

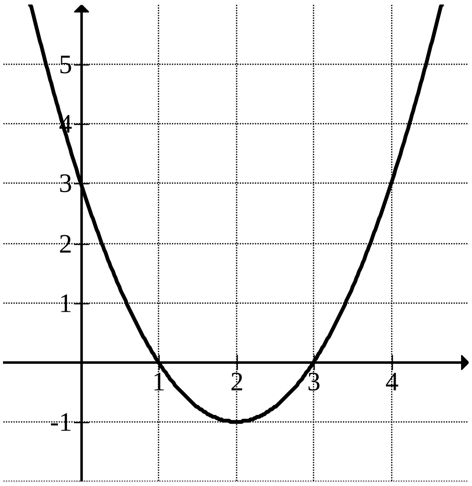
Opgave 14

En funktion *f* er givet ved:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Grafen for funktionen er vist på figuren.

Bestem ved anvendelse af grafen konstanterne *a*, *b* og *c*.



Facit

Opgave 1

$f_1(x): T_p(x,y) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $x -$ aksen: Ingen, $y -$ aksen: $(0,1)$

$f_2(x): T_p(x,y) = (1,4)$, $x -$ aksen: $\left(1 - \frac{2}{3}\sqrt{3}, 0\right)$ og $\left(1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}, 0\right)$, $y -$ aksen: $(0,1)$

$f_3(x): T_p(x,y) = (0,4)$, $x -$ aksen: $(-2,0)$ og $(2,0)$, $y -$ aksen: $(0,4)$

$f_4(x): T_p(x,y) = \left(-3, -\frac{7}{2}\right)$, $x -$ aksen: $\left(-3 + \sqrt{7}, 0\right)$ og $\left(-3 - \sqrt{7}, 0\right)$, $y -$ aksen: $(0,1)$

$f_5(x): T_p(x,y) = (-1,0)$, $x -$ aksen: $(-1,0)$, $y -$ aksen: $(0,2)$

$f_6(x): T_p(x,y) = (0,0)$, $x -$ aksen: $(0,0)$, $y -$ aksen: $(0,0)$

Opgave 2

$$1.\ P_5 \quad 2.\ P_1 \quad 3.\ P_6 \quad 4.\ P_3 \quad 5.\ P_4 \quad 6.\ P_2$$

––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 3

$a = 2$ og $c = 4$

$b = 4$ og $c = -3$

––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 4

1) $f(x) = -2(x-1)(x+3)$ 2) $f(x) = 2(x-2)(x-6)$

3) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{3}x$ 4) $f(x) = -(x+2)^2$

––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 5

1) $f(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{18}{5}x + 3$, 2) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$

3) $f(x) = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{7}{8}$ 4) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x + 4$

––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 6

1) $x \in \left]-\infty; -\frac{7}{3}\right[\cup]1;\infty[$ 2) $x = 2$ 3) Ingen løsning 4) $x \in \mathbb{R}$

5) $x \in [0;4]$ 6) $x \in \left]-\infty; -\sqrt{6}\right[\cup \left]\sqrt{6};\infty\right[$ 7) Ingen løsning

––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 7

a) $t = -\frac{9}{4}$ b) $a = 12$

––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 8

a) $a = -6$

Opgave 9

a) $k = 0 \vee k = \frac{1}{12}$, $c = -2$

Opgave 10

a) $x \in \left]-\infty; -\sqrt{6}\right[\cup \left]\sqrt{6}; \infty\right[$, $a \in \left]-4\sqrt{2}; 4\sqrt{2}\right[$
b) $b = -3,$ $c = -10$

Opgave 11

a) $T_p\ (x, y) = (-1, -3)$
b) $p \in \left]-\infty; \frac{5}{4}\right[$

Opgave 12

a) $a > 0,$ $b < 0,$ $c < 0,$ $d > 0$
b) $x = 0$

Opgave 13

b) $b = 3$

Opgave 14

$b = -4$ og $c = 3$
