

Ekspontialfunktioner og eksponentielle udviklinger

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 4 opgaver over.

Opgave 1

Afgør for hver af følgende eksponentialfunktioner, om der er voksende eller aftagende:

$$f_1(x) = \exp_4(x), \quad f_2(x) = \exp_{\frac{1}{2}}(x), \quad f_3(x) = 5^x,$$

$$f_4(x) = 3^x, \quad f_5(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^x, \quad f_6(x) = 0.6^x,$$

$$f_7(x) = 2,1^x$$

Opgave 2

Bestem en eksakt regneforskrift for den eksponentialfunktion f , hvis graf går gennem punktet $(1,6)$.

Opgave 3

Om en eksponentiel udvikling $f(x) = b \cdot a^x$, hvor $a, b > 0$ og $a \neq 1$. Bestem konstanterne a og b når:

- Der oplyses, at grafen for funktionen går igennem punkterne $Q(0,2)$ og $R(1,8)$.
- $f(0) = 2$ og $f(2) = 18$.

Opgave 4

- En størrelse vokser med 1 % pr. måned. Hvad er den årlige vækstrate?
- En størrelse vokser med 30 % pr. år. Hvad er den månedlige vækstrate?
- En produktion nedsættes med 5 % pr. kvartal. Hvor stort er det årlige procentvise fald?

Opgave 5

En eksponentiel udvikling f er givet ved forskriften: $f(x) = b \cdot a^x$, hvor $a, b > 0$ og $a \neq 1$. Det oplyses, at $f(2) = 4$ og $f(4) = 16$.

- Bestem konstanterne a og b .
- En anden eksponentiel udvikling g har halveringskonstanten $T_{1/2} = 4$. Det oplyses, at $g(2) = 6$. Bestem $g(6)$.

Opgave 6

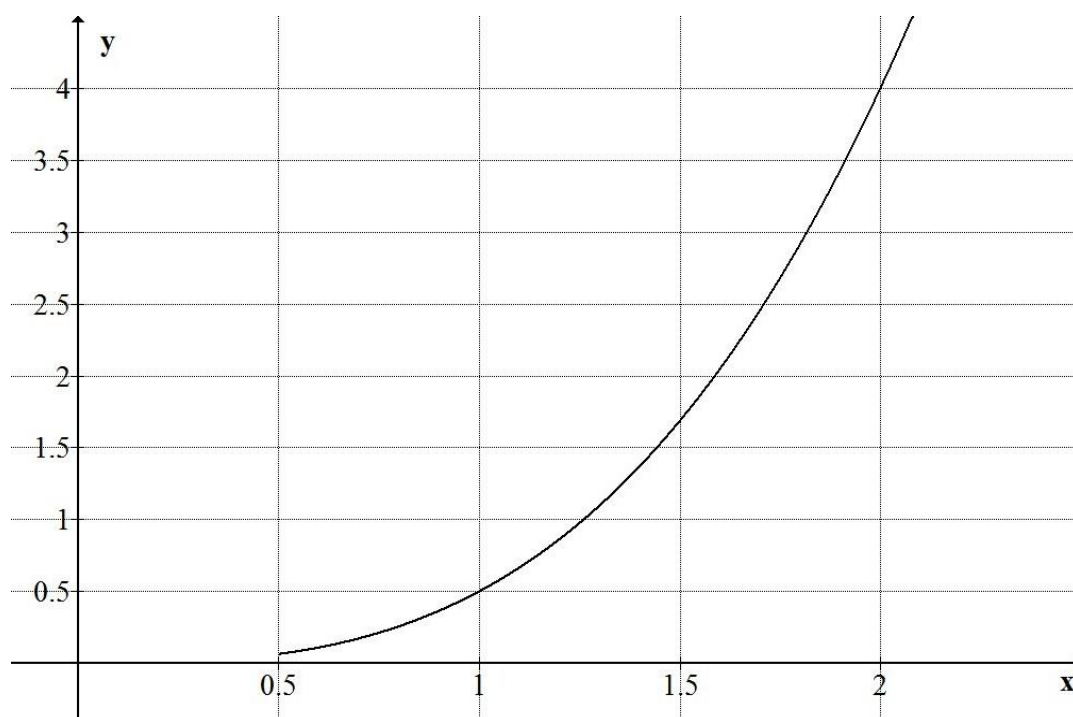
En eksponentiel udvikling $f(x) = b \cdot a^x$ har fordoblingskonstanten $T_2 = 3$.

Det oplyses, at $f(2) = 16$.

Bestem $f(5)$.

Opgave 7

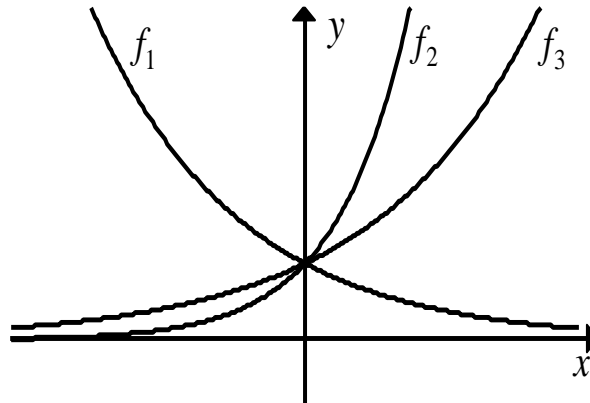
På nedenstående graf er vist nogle måleresultater, som følger en funktion af typen $f(x) = b \cdot x^a$, hvor konstanterne a og b er reelle tal.



Beregn konstanterne a og b ved hjælp af grafen.

Opgave 8

På figuren er vist graferne for tre forskellige eksponentielle udviklinger af typen: $f(x) = b \cdot a^x$.



- Bestem hvilken af de tre funktioner, der har den største, henholdsvis mindste værdi af tallet a .
 - Bestem hvilken af funktionerne f_2 og f_3 , der har den største fordoblingskonstant.
- Om en anden eksponentiel udvikling g oplyses, at $g(10) = 12$ og fordoblingskonstanten $T_2 = 4$.
- Bestem $g(2)$.

Opgave 9

En bakteriekultur vokser eksponentielt og antallet af bakterier tredobles på en time. Efter 4 timers forløb indeholder kulturen 10 millioner bakterier. Hvor mange bakterier var der oprindeligt?

Opgave 10

En funktion f er givet ved $f(x) = e^{x-2}$, $x \in \mathbf{R}$.

Bestem forskrift og definitionsmængde for f 's omvendte (inverse) funktion.

Tegn graferne for f og f^{-1} i samme koordinatsystem.

Opgave 11

Find forskrifter for de sammensatte funktioner $(f \circ g)(x)$ og $(g \circ f)(x)$, når $f(x) = 3 \cdot 5^x$ og $g(x) = 2 - x$.

Er $(f \circ g)(x)$ og/eller $(g \circ f)(x)$ eksponentielle udviklinger?