

# Logaritmer

---

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 5 opgaver over.

## Opgave 1

Skriv hvert af følgende tal kortere:

$$\log 10^{3,4}, \quad \ln e^{2,7}, \quad 10^{\log 7,8}, \quad e^{\ln 1,2},$$
$$\ln e^{234}, \quad e^{\ln 1,2}, \quad \log 10^{0,2345}, \quad 10^{\log 9,8}$$

## Opgave 2

Løs ligningerne

- a)  $\log x = 1$
- b)  $\log x = 3$
- c)  $\ln x = 3$
- d)  $\ln x = 1$
- e)  $\log x = 2$
- f)  $\ln x = 2$
- g)  $40 \cdot \log x = 80$
- h)  $4 - 3 \cdot \ln x = -5$

## Opgave 3

Benyt logaritmeregnereglerne til, at skrive følgende tal som en logaritme:

$$a = \log 2 + \log 3, \quad b = \log 18 - \log 9, \quad c = \log 4 + 2 \log 3$$

$$d = 3 \log 2 + 2 \log 3 - 2 \log 6, \quad f = 2 \log a - \log b, \quad g = \frac{1}{2} \log 49.$$

## Opgave 4

Nedestående udtryk er parvis ens. Angiv hvilke der hører sammen, og vis ved omskrivninger at der er rigtigt.

- 1)  $2 \log a,$
- 2)  $\log(ab) - \log a$
- 3)  $2 \log \sqrt[4]{a}$
- 4)  $\log \sqrt{a}$

5)  $\log(2a) - \log a$

6)  $\log 2$

7)  $\frac{1}{2}\log a^4$

8)  $\log b$

### Opgave 5

Omskriv hvert af følgende udtryk, så det højst indeholder en logaritme:

$$a = \log \frac{9}{8} + \log 16, \quad b = \ln x + \ln(x + 1),$$

$$c = 3 \log 2 + \log 2^{-2}, \quad d = \ln 25 - \ln \frac{125}{7},$$

$$f = \log x + \log(x + 1), \quad g = 4 \ln e - \ln e^7.$$

### Opgave 6

Løs følgende ligningerne

a)  $\log x = 2 \log 3$

b)  $\log x = \ln 1$

c)  $\ln x = \ln 3 + \ln 4$

d)  $\log x = \frac{1}{2}\log 4$

e)  $3 \ln x = \ln 8$

f)  $\log x = \log 63 - \log 9$

### Opgave 7

Løs følgende ligninger:

a)  $3^x = 27$

b)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{-x} = 36$

c)  $5^{-x} = 125$

Løs følgende uligheder:

a)  $2^x > 8$

b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 27$

c)  $5^x \geq 1/2$

d)  $3^x < 81$

e)  $\left(\frac{2}{5}\right)^x \geq 7$

### Opgave 8

Løs følgende ligninger:

1)  $\ln(x-2) - \ln(4-x) = 0$ .

2)  $\ln(2x-1) - \ln(x) = 0$ .

3)  $\ln(x+2) - \ln(1-x) = 0$ .

4)  $\ln(x+2) - 2 \cdot \ln(x) = 0$ .

### Opgave 9

Løs følgende ligninger:

a)  $\log(2-3x) = \ln e^3$

b)  $\ln x + \ln(x+2) = 3 \cdot \ln 2$

c)  $\log(3-x) - \log x = -2$

d)  $\log\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \log(x+4) = 0$

e)  $\ln(x-1) - 2 \ln x = 3$ .

### Opgave 10

Løs følgende ligninger:

1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} = e^{-2x}$

2)  $\ln\left(\frac{x}{2}\right) + \ln(x-2) = 2 \ln(2)$ .

3)  $3 \ln(2) + \ln(x) - \ln(x^5) = \ln\left(\frac{x}{4}\right)$

$$4) \ln\left(\frac{x}{2}\right) = 6 - \ln(2)$$

### Opgave 11

En funktion  $f$  er givet ved:  $f(x) = 2 \cdot \ln(x+1) - \ln(x+3)$ .

- Bestem definitionsmængden for  $f$ .
- Løs ligningen:  $f(x) = 0$ .

### Opgave 12

Bestem forskriften for den omvendte funktion  $f^{-1}$  for:

- En funktion  $f$  er givet ved:  $f(x) = 3 \ln\left(\frac{x}{2}\right)$ .
- En funktion  $f$  er givet ved forskriften:  $f(x) = \ln(x-1)$ .

### Opgave 13

- En eksponentiel udvikling er givet ved:  $f(x) = 3 \cdot 4^x$ .
- Bestem fordoblingskonstanten for  $f$ .

### Opgave 14

Grafen for en eksponentiel udvikling  $f$  går gennem punkterne:  $A(1,3)$  og  $B(6,12)$ .

- Bestem en forskrift for  $f$ .
- Bestem fordoblingskonstanten for  $f$ .

### Opgave 15

Eksponentielle udviklinger kan også skrives på formen

$$f(x) = b \cdot e^{kx}.$$

Bestem formler for fordoblings- og halveringskonstant udtrykt ved  $k$ .

---

## Facit

### Opgave 1

$$\log 10^{3,4} = 3,4, \quad \ln e^{2,7} = 2,7, \quad 10^{\log 7,8} = 7,8, \quad e^{\ln 1,2} = 1,2,$$
$$\ln e^{234} = 234, \quad e^{\ln 1,2} = 1,2, \quad \log 10^{0,2345} = 0,2345, \quad 10^{\log 9,8} = 9,8$$

-----

### Opgave 2

- a)  $x = 10$
  - b)  $x = 1000$
  - c)  $x = e^3$
  - d)  $x = e$
  - e)  $x = 100$
  - f)  $x = e^2$
  - g)  $x = 100$
  - h)  $x = e^3$
- 

### Opgave 3

$$a = \log 6, \quad b = \log 2, \quad c = \log 36$$

$$d = \log 2, \quad f = \log\left(\frac{a^2}{b}\right), \quad g = \log 7.$$

-----

### Opgave 4

$$1) = 7), \quad 2) = 8), \quad 3) = 4), \quad 5) = 6)$$

-----

### Opgave 5

$$a = \log 18, \quad b = \ln(x^2 + x), \quad c = \log 2,$$

$$d = \ln \frac{7}{5}, \quad f = \log(x^2 + x), \quad g = \ln e^{-3}.$$

-----  
Opgave 6

- a)  $x = 9$     b)  $x = 1$     c)  $x = 12$     d)  $x = 2$     e)  $x = 2$     f)  $x = 7$

-----  
Opgave 7

- a)  $x = 3$                       b)  $x = 2$                       c)  $x = -3$   
a)  $x \in ]3; \infty[$                 b)  $x \in ]3; \infty[$                 c)  $x \in \left[-\frac{\log 2}{\log 5}; \infty[$   
d)  $x \in ]-\infty; 4[$                 e)  $x \in \left[-\frac{\log 7}{\log 5}; \infty[$

-----  
Opgave 8

- 1)  $x = 3$     2)  $x = 1$                       3)  $x = -\frac{1}{2}$     4)  $L = \{-1; 2\}$

-----  
Opgave 9

- a)  $x = -\frac{998}{3}$     b)  $L = \{-4; 2\}$     c)  $x = \frac{300}{101}$     d)  $x = -2$     e) Ingen løsning

-----  
Opgave 10

- 1)  $x = \frac{1}{10} \ln 2$     2)  $x = 4$                       3)  $x = 2$     4)  $x = e^6$

-----  
Opgave 11

- a)  $\text{Dm}(f) = ]-1; \infty[$   
b)  $L = \{-2; 1\}$
-

Opgave 12

a)  $f^{-1}(x) = 2 \cdot e^{\frac{x}{3}}$

b)  $f^{-1}(x) = 1 - e^{-x}$

---

Opgave 13

a)  $T_2 = \frac{1}{2}$

---

Opgave 14

a)  $a = 2^{\frac{2}{5}}$

b)  $T_2 = \frac{5}{2}$

---

Opgave 15

$$T_{\frac{1}{2}} = -\frac{\ln 2}{k}, \quad T_2 = \frac{\ln 2}{k}$$

---