Differentialregning 3

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 6 opgaver over.

Opgave 1

Om to tal, x og y, gælder, at $x + y = 12$. Bestem x og y, så

a) $x^2 + y^2 = 80$.
b) $x^2 + y^2$ bliver mindst mulig.
c) $x^2 + y^2$ bliver størst mulig, når $x > 0$ og $y > 0$.

Opgave 2

Et stykke metal, der er 60 cm langt, bøjes i en ret vinkel, så der dannes et L. Hvad er den kortest mulige afstand mellem metalstykkets ender?

Opgave 3

Find det størst mulige areal af et rektangel, hvis diagonal har en længde på 16.

Opgave 4

Summen af to positive tal er 10. bestem tallene, så produktet af det ene tals kvadrat og det andet bliver størst muligt.

Opgave 5

Et rektangel har to sider på koordinatakserne og et hjørne på grafen for $f(x) = \frac{4}{x}$, $x > 0$.

Tegn en figur, der viser situationen, og bestem rektanglets areal. Beregn derefter den mindste værdi rektanglets omkreds kan antage.

Opgave 6

Hvilket punkt på parablen med ligningen $y = x^2$ har den korteste afstand til punktet $(0,1)$?

Opgave 7

Et rektangel har en vinkelspids i $(0,0)$, en vinkelspids på den positive x-akse, en vinkelspids på den positive y-akse og den fjerde vinkelspids i første kvadrant på linjen med ligningen $2x + y = 100$.

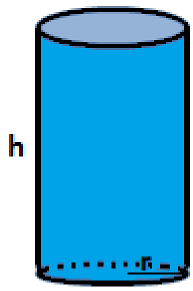
Hvad er det største areal, et sådant rektangel kan antage?

Opgave 8

Musikbixen sælger 1400 albums pr. måned til en pris af 200kr. pr. album. For hver 10 kr. prisen sænkes, sælges der 100 flere albums. Hvilken pris giver den største omsætning for bixen?

Opgave 9

Med hvilke mål, md 2.dec., skal en cylinderformet blikdåse laves, når den skal indeholde 400ml og have mindst mulig overflade? Dåsen skal have både bund og låg, se figuren.



Opgave 10

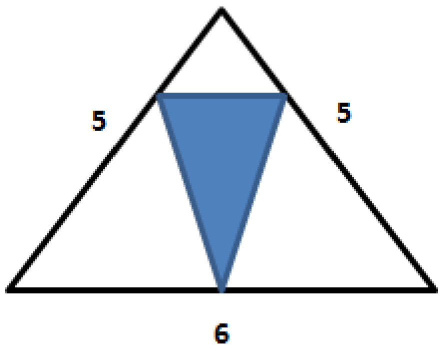
Et fodboldstadion skal anlægges, så der rund om fodboldbanen skal være en løbebane på 400m. På figuren er fodboldbanen rektanglet, mens løbebanen består af to rette linjer og to halvcirkler, altså figurens rand. Bestem det maksimale areal, fodboldbanen kan få.

Opgave 11

En haveejer ønsker at indhegne en rektangulær køkkenhave på 70m^2. De tre siders hegn koster 46kr./m, men da den fjerde side støder op til naboens skel, deler de her udgiften. Beregn den længde og bredde af køkkenhaven, der giver mindst mulig udgift til hegn for haveejeren.

Opgave 12

I en ligebenet trekant med sidelængderne 5,5 og 6 indskrives, som vist, i en ny ligebenet trekant. Hvor lange skal siderne i den nye trekant være, når dens areal skal være så stort som muligt? De to vandrette sider i trekanterne skal være parallelle.



Facit

Opgave 1

$a)\ x = 4$ og $y = 8$ eller $x = 8$ og $y = 4$

$b)\ x = 6$ og $y = 6$

$c)\ x > 6$ og $y < 6$

_ _

Opgave 2

$30\sqrt{2}$

_ _

Opgave 3

128

_ _

Opgave 4

25

––––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 5

$$\text{Areal} = 4, \qquad \text{den mindste værdi til omkredsen} = 8$$

––––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 6

$$(x, y) = \left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

––––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 7

1250

––––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 8

170

––––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 9

$\mathrm{r} = 5{,}85 \text{ og } \mathrm{h} = 21{,}76$

––––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 10

$$\frac{10^3}{\pi}$$

––––––––––––––––––––––––––––––––––

Opgave 11

$$x = \frac{\sqrt{210}}{2} \approx 7{,}24 \text{ og } y = \frac{140}{\sqrt{210}} \approx 9{,}66$$

$$-----------------------------------$$

Opgave 12

$$x = 2{,}89 \text{ og } y = 2{,}59$$

$$-----------------------------------$$