Trigonometri 1

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 7 opgaver over.

Opgave 1

a) Omregn følgende gradtal til radiantal med 4 decimaler (vha. cas):
$45°, \quad 60°, \quad 120°, \quad 210°, \quad 67°, \quad 133°, \quad 226{,}3°, \quad 312°.$
Et radiantal angiver længden af en bue på enhedscirklen. Vis på en figur, hvilken buer der er tale om, når radiantallet er 3,6652.

b) Omregn følgende radiantal til gradtal med 2 decimaler (vha. cas):
$1\,, \quad 2{,}9\,, \quad 3\,{,}14\,, \quad 5{,}39\,, \quad 2{,}6413\,, \quad 4{,}1796.$

Opgave 2

Find (uden brug af cas) radiantallene til vinkler på $30°, 45°, 60°, 90°, 180°$ og $270°$.

Bestem derefter gradtallene til de vinkler, hvis radiantal er

$$\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \text{ og } 2\pi.$$

Opgave 3

Bestem radiantallet for en centervinkel i en cirkle med radius 2,5 cm, når den spænder over en bue, der er 2cm lang.

Opgave 4

Løs i intervallet $[0; 2\pi]$hver af ligningerne og illustrér løsningerne på enhedscirkelen:

a) $\cos x = 0{,}516$
b) $\tan x = 2{,}4136$

Opgave 5

Løs hver af følgende uligheder i intervallet $[0; 2\pi]$ og illustrér løsningerne på enhedscirkelen:

a) $\sin x < -0{,}2915$
b) $\cos x > 0{,}5219$

Opgave 6

a) Løs ligningen $\cos(x) = \dfrac{\sin(x)}{\sqrt{3}}$, $x \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right[$.

b) Løs ligningen: $\cos(x) = \dfrac{1}{2}$ for $x \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

c) Løs ligningen: $\cos(x) = 0{,}35$ for $x \in [0; 3\pi]$.

d) Løs ligningen: $2\sin(x) = \sqrt{3}$, $x \in [0; 2\pi]$.

e) Løs uligheden: $2\sin(x) \geq \sqrt{3}$, $x \in [0; 2\pi]$.

f) Løs ligningen: $2\cos(x) = 1$, for $x \in [-\pi; \pi]$.

Opgave 7

Angiv $f'(x)$ for hver af følgende funktioner

$f_1(x) = \sin x - 4 \cdot \cos x$, $\quad f_2(x) = 3 \cdot \sin x - \dfrac{1}{2} \cdot \cos x$,

$f_3(x) = 4 \cdot \tan x + 2$, $\quad f_4(x) = 8 \cdot \cos x + 4x - 1$

$f_5(x) = \sqrt{x} \cdot \sin x + 4$, $\quad f_6(x) = \tan x \cdot \cos x$

$f_7(x) = \dfrac{\sin x}{x}$, $\quad f_8(x) = \dfrac{x}{2} \cdot \sin x + 1$

$f_9(x) = 4 \cdot \sin x + 2$, $\quad f_{10}(x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$.

Opgave 8

a) En funktion f er bestemt ved: $f(x) = 1 + 2\sin(x)$.
Løs ligningen $f(x) = 2$, for $x \in [0; 2\pi]$.

b) Det oplyses, at $x = \dfrac{2\pi}{3}$ er en løsning til ligningen: $\sin(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
Bestem for $x \in [0; 2\pi]$ samtlige løsninger til ligningen.

c) Angiv samtlige løsninger til ligningen

$$\cos 2t = \sin t.$$

Opgave 9

En funktion f er givet ved $f(x) = 2\sin(x)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet *P* $\left(\frac{\pi}{6}, f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

Opgave 10

En funktion f er givet ved: $f(x) = \cos^2(x) + \cos(x) + 1$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P\left(\frac{\pi}{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$.

Opgave 11

En funktion f er givet ved $f(x) = \frac{\sin(x)}{2} + \frac{1}{4},\ x \in [0, 2\pi]$.

a) Bestem funktionens nulpunkter.

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(\frac{\pi}{3}, f(\frac{\pi}{3}))$.

Opgave 12

Der er givet to funktioner f og g. Bestem koordinaterne til skæringspunkterne til de to funktioners grafer i hvert af følgende tilfælde:

a) $f(x) = \tan(x)$ og $g(x) = 2\sin(x)$, $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

b) $f(x) = 4\sin(x)\cos(x)$ og $g(x) = \tan(x)$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$

Opgave 13

To funktioner f og g er givet ved forskriften $f(x) = 2x^2 + 3$ og $g(x) = sin(x)$. Bestem forskrift og definitionsmængde for hver af funktionerne $f \circ g$ og $g \circ f$.

Facit

Opgave 1

a) $45° \approx 0{,}7854$, $60° \approx 1{,}0472$, $120° \approx 2{,}0944$, $210° \approx 3.6652$,
$67° \approx 2{,}0944$, $133° \approx 2{,}3213$, $226{,}3° \approx 3{,}9497$, $312° \approx 5{,}4454$.

b) $1 \approx 57{,}30°$, $2{,}9 \approx 166{,}16°$, $3\,{,}14 \approx 180°$, $5{,}39 \approx 308{,}82°$,
$2{,}6413 \approx 151{,}335°$, $4{,}1796 \approx 239{,}473°$.

____

Opgave 2

$30° = \frac{\pi}{6}, 45° = \frac{\pi}{4}, 60° = \frac{\pi}{3}, 90° = \frac{\pi}{2}, 180° = \pi$ og $270° = \frac{2\pi}{3}$

$\frac{3\pi}{4} = 135°, \frac{5\pi}{4} = 225°, \frac{7\pi}{4} = 315°$ og $2\pi = 360°$.

____

Opgave 3

0,8 ________________________________

Opgave 4

a) $L = \{1{,}0286; 5{,}2546\}$

b) $L = \{1{,}1780; 5{,}3196\}$

____

Opgave 5

a) $x \in\ ]3{,}4274; 5{,}9874[$

b) $x \in\ ]0; 1{,}0217[\ \cup\ ]5{,}26147; 2\pi[$

____

Opgave 6

a) $x = \frac{\pi}{3}$

b) $L = \left\{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$

c) $L = \{1{,}2132; 5{,}0699; 7{,}4964\}$

d) $L = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$

e) $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$

f) $L = \left\{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$

———————————————

Opgave 7

$f_1'(x) = \cos x + 4 \cdot \sin x$, $\quad f_2'(x) = 3 \cdot \cos x + \frac{1}{2} \cdot \sin x$,

$f_3'(x) = \frac{4}{\cos^2 x}$, $\quad f_4'(x) = -8 \cdot \sin x + 4$

$f_5{}'(x) = \frac{\sin x + 2\sqrt{x} \cdot \cos x}{2\sqrt{x}}$, $\quad f_6{}'(x) = \cos x$

$f_7'(x) = \frac{\sin x \cdot (\cos x - 1)}{x^2}$, $\quad f_8'(x) = \frac{\sin x + x \cdot \cos x}{2}$

$f_9'(x) = 4 \cdot \cos x$, $\quad f_{10}'(x) = 2 - 4\sin^2 x$.

———————————————

Opgave 8

a) $L = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$ $\quad$ b) $L = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$ $\quad$ c) $L = \left\{\frac{\pi}{6} + p \cdot 2\pi; \frac{5\pi}{6} + p \cdot 2\pi; \frac{3\pi}{2} + p \cdot 2\pi\right\}$

———————————————

Opgave 9

a) $y = \sqrt{3} \cdot x - \frac{\sqrt{3}\pi - 6}{6}$ $\quad$ b) $y = \sqrt{2} \cdot x - \frac{\sqrt{2} \cdot (\pi - 4)}{4}$

Opgave 10

a) $y = -x - \frac{\pi + 2}{2}$

b) f er aftagende i $\left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ og voksende i $\left[\frac{3}{2}; \infty\right[$

Opgave 11

a) $L = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$

b) $y = \frac{1}{4}x - \frac{\pi - 3\sqrt{3} - 1}{12}$

Opgave 12

a) $L = \left\{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$

b) $x = \frac{\pi}{3}$

Opgave 13

$f \circ g = 2 \cdot \sin^2 x + 3$ og $g \circ f = \sin(2x^2 + 3)$
