

# Trigonometri 1

---

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 7 opgaver over.

## Opgave 1

a) Omregn følgende gradtal til radiantal med 4 decimaler (vha. cas):

45°, 60°, 120°, 210°, 67°, 133°, 226,3°, 312°.

Et radiantal angiver længden af en bue på enhedscirklen. Vis på en figur, hvilken bue der er tale om, når radiantallet er 3,6652.

b) Omregn følgende radiantal til gradtal med 2 decimaler (vha. cas):

1, 2,9, 3,14, 5,39, 2,6413, 4,1796.

## Opgave 2

Find (uden brug af cas) radiantallene til vinkler på 30°, 45°, 60°, 90°, 180° og 270°.

Bestem derefter gradtallene til de vinkler, hvis radiantal er

$$\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \text{ og } 2\pi.$$

## Opgave 3

Bestem radiantallet for en centervinkel i en cirkel med radius 2,5 cm, når den spænder over en bue, der er 2cm lang.

## Opgave 4

Løs i intervallet  $[0; 2\pi]$  hver af ligningerne og illustrér løsningerne på enhedscirkelen:

a)  $\cos x = 0,516$

b)  $\tan x = 2,4136$

## Opgave 5

Løs hver af følgende uligheder i intervallet  $[0; 2\pi]$  og illustrér løsningerne på enhedscirkelen:

a)  $\sin x < -0,2915$

b)  $\cos x > 0,5219$

### Opgave 6

a) Løs ligningen  $\cos(x) = \frac{\sin(x)}{\sqrt{3}}$ ,  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

b) Løs ligningen:  $\cos(x) = \frac{1}{2}$  for  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

c) Løs ligningen:  $\cos(x) = 0,35$  for  $x \in [0; 3\pi]$ .

d) Løs ligningen:  $2 \sin(x) = \sqrt{3}$ ,  $x \in [0; 2\pi]$ .

e) Løs uligheden:  $2 \sin(x) \geq \sqrt{3}$ ,  $x \in [0; 2\pi]$ .

f) Løs ligningen:  $2 \cos(x) = 1$ , for  $x \in [-\pi; \pi]$ .

### Opgave 7

Angiv  $f'(x)$  for hver af følgende funktioner

$$f_1(x) = \sin x - 4 \cdot \cos x, \quad f_2(x) = 3 \cdot \sin x - \frac{1}{2} \cdot \cos x,$$

$$f_3(x) = 4 \cdot \tan x + 2, \quad f_4(x) = 8 \cdot \cos x + 4x - 1$$

$$f_5(x) = \sqrt{x} \cdot \sin x + 4, \quad f_6(x) = \tan x \cdot \cos x$$

$$f_7(x) = \frac{\sin x}{x}, \quad f_8(x) = \frac{x}{2} \cdot \sin x + 1$$

$$f_9(x) = 4 \cdot \sin x + 2, \quad f_{10}(x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x.$$

### Opgave 8

a) En funktion  $f$  er bestemt ved:  $f(x) = 1 + 2 \sin(x)$ .

Løs ligningen  $f(x) = 2$ , for  $x \in [0; 2\pi]$ .

b) Det oplyses, at  $x = \frac{2\pi}{3}$  er en løsning til ligningen:  $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Bestem for  $x \in [0; 2\pi]$  samtlige løsninger til ligningen.

c) Angiv samtlige løsninger til ligningen

$$\cos 2t = \sin t.$$

### Opgave 9

En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = 2\sin(x)$ .

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P$

$$\left(\frac{\pi}{6}, f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right).$$

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet

$$P\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right).$$

### Opgave 10

En funktion  $f$  er givet ved:  $f(x) = \cos^2(x) + \cos(x) + 1$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet

$$P\left(\frac{\pi}{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right).$$

### Opgave 11

En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = \frac{\sin(x)}{2} + \frac{1}{4}$ ,  $x \in [0, 2\pi]$ .

a) Bestem funktionens nulpunkter.

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P\left(\frac{\pi}{3}, f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$ .

### Opgave 12

Der er givet to funktioner  $f$  og  $g$ . Bestem koordinaterne til skæringspunkterne til de to funktioners grafer i hvert af følgende tilfælde:

a)  $f(x) = \tan(x)$  og  $g(x) = 2\sin(x)$ ,  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

b)  $f(x) = 4\sin(x)\cos(x)$  og  $g(x) = \tan(x)$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{2}$

### Opgave 13

To funktioner  $f$  og  $g$  er givet ved forskriften  $f(x) = 2x^2 + 3$  og  $g(x) = \sin(x)$ . Bestem forskrift og definitionsmængde for hver af funktionerne  $f \circ g$  og  $g \circ f$ .

### Opgave 14

En funktion  $f$  er givet ved forskriften  $f(x) = \frac{1}{3}x + \cos(x)$ ,  $x \in [0; 2\pi]$ .

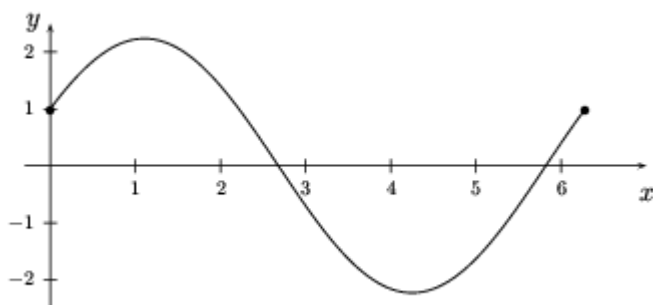
Bestem det interval, hvori  $f$  er aftagende.

### Opgave 15

Der er givet en funktion  $f$  med forskriften

$$f(x) = \cos(x) + 2\sin(x), x \in [0; 2\pi].$$

Grafen for funktionen er vist nedenfor.



- Beregn funktionens nulpunkter.
- Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet med 1. koordinaten  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .
- Beregn funktionens største- og mindsteværdi og angiv værdimængden.

---

## Facit

### Opgave 1

- a)  $45^\circ \approx 0,7854$ ,  $60^\circ \approx 1,0472$ ,  $120^\circ \approx 2,0944$ ,  $210^\circ \approx 3,6652$ ,  
 $67^\circ \approx 2,0944$ ,  $133^\circ \approx 2,3213$ ,  $226,3^\circ \approx 3,9497$ ,  $312^\circ \approx 5,4454$ .
- b)  $1 \approx 57,30^\circ$ ,  $2,9 \approx 166,16^\circ$ ,  $3,14 \approx 180^\circ$ ,  $5,39 \approx 308,82^\circ$ ,  
 $2,6413 \approx 151,335^\circ$ ,  $4,1796 \approx 239,473^\circ$ .
- 

### Opgave 2

$$30^\circ = \frac{\pi}{6}, 45^\circ = \frac{\pi}{4}, 60^\circ = \frac{\pi}{3}, 90^\circ = \frac{\pi}{2}, 180^\circ = \pi \text{ og } 270^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

$$\frac{3\pi}{4} = 135^\circ, \frac{5\pi}{4} = 225^\circ, \frac{7\pi}{4} = 315^\circ \text{ og } 2\pi = 360^\circ.$$

-----

### Opgave 3

0,8 -----

### Opgave 4

a)  $L = \{1,0286; 5,2546\}$

b)  $L = \{1,1780; 5,3196\}$

-----

### Opgave 5

a)  $x \in ]3,4274; 5,9874[$

b)  $x \in ]0; 1,0217[ \cup ]5,26147; 2\pi[$

-----

Opgave 6

a)  $x = \frac{\pi}{3}$

b)  $L = \left\{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$

c)  $L = \{1,2132; 5,0699; 7,4964\}$

d)  $L = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$

e)  $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$

f)  $L = \left\{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$

-----

Opgave 7

$$f_1'(x) = \cos x + 4 \cdot \sin x, \quad f_2'(x) = 3 \cdot \cos x + \frac{1}{2} \cdot \sin x,$$

$$f_3'(x) = \frac{4}{\cos^2 x}, \quad f_4'(x) = -8 \cdot \sin x + 4$$

$$f_5'(x) = \frac{\sin x + 2\sqrt{x} \cdot \cos x}{2\sqrt{x}}, \quad f_6'(x) = \cos x$$

$$f_7'(x) = \frac{\sin x \cdot (\cos x - 1)}{x^2}, \quad f_8'(x) = \frac{\sin x + x \cdot \cos x}{2}$$

$$f_9'(x) = 4 \cdot \cos x, \quad f_{10}'(x) = 2 - 4 \sin^2 x.$$

-----

Opgave 8

$$\text{a) } L = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\} \quad \text{b) } L = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\} \quad \text{c) } L = \left\{\frac{\pi}{6} + p \cdot 2\pi; \frac{5\pi}{6} + p \cdot 2\pi; \frac{3\pi}{2} + p \cdot 2\pi\right\}$$

-----

Opgave 9

$$\text{a) } y = \sqrt{3} \cdot x - \frac{\sqrt{3}\pi - 6}{6} \quad \text{b) } y = \sqrt{2} \cdot x - \frac{\sqrt{2} \cdot (\pi - 4)}{4}$$

Opgave 10

a)  $y = -x - \frac{\pi + 2}{2}$

b)  $f$  er aftagende i  $]-\infty; -\frac{1}{2}[ \cup ]\frac{1}{2}; \frac{3}{2}]$  og voksende i  $]\frac{3}{2}; \infty[$

---

Opgave 11

a)  $L = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$

b)  $y = \frac{1}{4}x - \frac{\pi - 3\sqrt{3} - 1}{12}$

---

Opgave 12

a)  $L = \left\{ -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right\}$

b)  $x = \frac{\pi}{3}$

---

Opgave 13

$f \circ g = 2 \cdot \sin^2 x + 3$  og  $g \circ f = \sin(2x^2 + 3)$

---