

Trigonometri 2

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 8 opgaver over.

Opgave 1

Tegn graferne for følgende funktioner og angiv amplituder og perioder:

$$f_1(x) = \sin x, \quad f_2(x) = 3 \cdot \sin x, \quad f_3(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin x.$$

Opgave 2

Tegn graferne for følgende funktioner og angiv amplituder og perioder:

$$f_1(x) = \sin x, \quad f_2(x) = \sin(2x), \quad f_3(x) = \sin\left(\frac{1}{3}x\right).$$

Opgave 3

Tegn graferne for følgende funktioner og angiv amplituder og perioder:

$$f_1(x) = \sin x, \quad f_2(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{4}x\right), \quad f_3(x) = \frac{1}{3} \cdot \sin(4x).$$

Opgave 4

Tegn graferne for følgende funktioner og angiv amplituder og perioder:

$$f_1(x) = \sin x + 2, \quad f_2(x) = \sin\left(x + \frac{1}{2}\pi\right) - 3,$$
$$f_3(x) = \frac{1}{3} \cdot \sin(x - 1) - \frac{1}{3}.$$

Opgave 5

Løs i intervallet $[0; 2\pi]$ ligningen:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$$

Opgave 6

Tegn graferne for hver af sinussvingerne

$$f(t) = 5 \cdot \sin(3t) \text{ og } g(t) = 2 \cdot \cos(3t).$$

Angiv deres amplituder og svingningstider.

Opgave 7

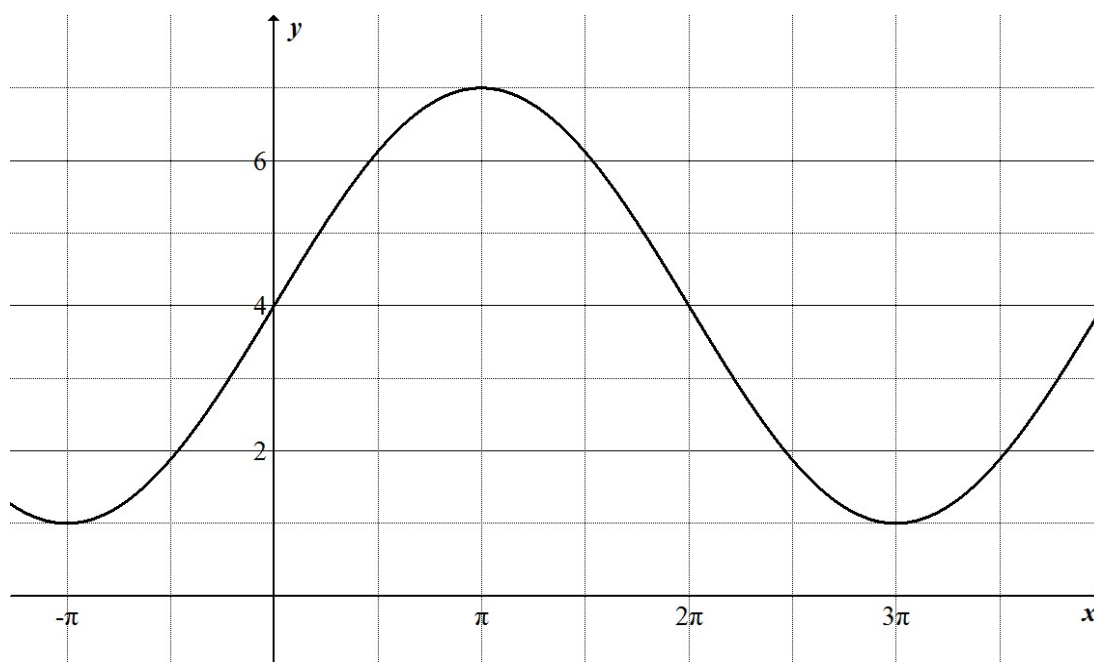
En harmonisk svingning f er bestemt ved, at

$$f(x) = 3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} \cdot x\right) + 1$$

Bestem maksimum, minimum og periodens længde for den harmoniske svingning f .

Opgave 8

Grafen for en harmonisk svingning $f(x) = a \cdot \sin(bx) + k$ er vist på figuren nedenfor.



- Bestem, på grundlag af figuren, konstanterne a, b og k for den harmoniske svingning.
- Bestem svingningens største- og mindsteværdi.

Opgave 9

En funktion f er givet ved

$$f(x) = 2\sin(2x - \pi) + 1, x \in [0; 2\pi]$$

- Bestem ved beregning en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(\frac{2\pi}{3}, f(\frac{2\pi}{3}))$
- Bestem værdimængden for f .

Opgave 10

En svingning er bestemt ved: $f(x) = 2 \cdot \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}) + 1$.

- Bestem amplitude, periodelængde, samt værdimængde for svingningen.
- Bestem løsningen til ligningen $f(x) = 1, x \in [0; 4\pi]$.

Opgave 11

En harmonisk svingning er bestemt ved: $f(t) = 5 \cdot \sin(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{2}) + 1$.

- Bestem perioden, faseforskydningen samt maksimum og minimum for f .
- Løs for $0 \leq t \leq 6$ ligningen $f(t) = 3$.

Opgave 12

En harmonisk svingning f er givet ved: $f(x) = 4\sin(2x + 1) - 2$

- Angiv svingningens amplitude, maksimumsværdi, minimumsværdi og periodelængde.
- Bestem $f'(x)$ og løs ligningen $f'(x) = 0, x \in [0; \pi]$

Opgave 13

En harmonisk svingning f er givet ved forskriften: $f(x) = 3\sin(2x) + 2$

- Bestem maksimums- og minimumsværdien samt perioden for f .
- Beregn $f'(x)$, og løs ligningen: $f'(x) = 3$, for $x \in [0; \pi]$.

Opgave 14

En harmonisk svingning f er givet ved forskriften: $f(x) = 4\sin(x-1) + 2$.

- a) Bestem perioden, faseforskydningen samt maksimums- og minimumsværdien for f .
- b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(\pi+1, f(\pi+1))$.

Facit

Opgave 1

$$f_1(x) = \sin x, a = 1, T = 2\pi$$

$$f_2(x) = 3 \cdot \sin x, a = 3, T = 2\pi$$

$$f_3(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin x, a = \frac{1}{2}, T = 2\pi$$

Opgave 2

$$f_1(x) = \sin x, a = 1, T = 2\pi$$

$$f_2(x) = \sin(2x), a = 1, T = \pi$$

$$f_3(x) = \sin\left(\frac{1}{3}x\right), a = 1, T = 6\pi$$

Opgave 3

$$f_1(x) = \sin x, a = 1, T = 2\pi$$

$$f_2(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{4}x\right), a = 2, T = 8\pi$$

$$f_3(x) = \frac{1}{3} \cdot \sin(4x), a = \frac{1}{3}, T = \frac{\pi}{2}$$

Opgave 4

$$f_1(x) = \sin x + 2, a = 1, T = 2\pi$$

$$f_2(x) = \sin\left(x + \frac{1}{2}\pi\right) - 3, a = 1, T = 2\pi$$

$$f_3(x) = \frac{1}{3} \cdot \sin(x - 1) - \frac{1}{3}, a = \frac{1}{3}, T = 2\pi$$

Opgave 5

$$x = \frac{\pi}{6}$$

Opgave 6

$$f(t) = 5 \cdot \sin(3t), a = 1, T = 2\pi$$

$$g(t) = 2 \cdot \cos(3t), a = 1, T = 2\pi$$

$$(f + g)(t) = 5 \cdot \sin(3t) + 2 \cdot \cos(3t),$$

Opgave 7

$$\text{Max} = 4, \text{min} = -2 \text{ og } T = 6$$

Opgave 8

$$\text{a) } a = 3, b = \frac{1}{2} \text{ og } k = 4$$

$$\text{b) } \text{Max} = 7 \text{ og } \text{min} = 1$$

Opgave 9

$$\text{a) } y = 2x - \frac{2\pi + 3\sqrt{3} + 3}{3}$$

$$\text{b) } \text{Vm}(f) = [-1; 3]$$

Opgave 10

$$\text{a) } a = 2, T = 4\pi \text{ og } \text{Vm}(f) = [-1; 3]$$

$$\text{b) } L = \{ \pi; 3\pi \}$$

Opgave 11

$$\text{a) } T = 12, -\frac{c}{b} = 3, \text{max} = 6 \text{ og } \text{min} = -4$$

$$\text{b) } t = \frac{6 \sin^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)}{\pi} + 3 \approx 3.78$$

Opgave 12

a) $a = 4, T = \pi, \max = 2$ og $\min = -6$

b) $x = \frac{\pi-2}{4}$ eller $x = \frac{3*\pi-2}{4}$

Opgave 13

a) $\text{Max} = -1, \min = 5$, og $T = \pi$,

b) $x = \frac{\pi}{6}$

Opgave 14

a) $T = 2\pi, -\frac{c}{b} = 1, \max = 6$ og $\min = -2$

b) $y = -4x + 4\pi + 6$
