

# Integralregning 2

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 7 opgaver over.

## Opgave 1

Angiv følgende bestemte integraler.

a)  $\int_0^2 x^4 dx$ ,    b)  $\int_1^2 x^{-5} dx$ ,    c)  $\int_1^e x^{-1} dx$ ,

d)  $\int_{-3}^3 6 dx$ ,    e)  $\int_1^5 x\sqrt{x} dx$ ,    f)  $\int_0^{\ln 2} e^{4x} dx$ ,

g)  $\int_0^1 2^x dx$ ,    h)  $\int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{\sqrt{x} + \frac{1}{2}}{\sqrt{x}} dx$ ,    i)  $\int_1^3 \frac{x^2 - 9}{x - 3} dx$

## Opgave 2

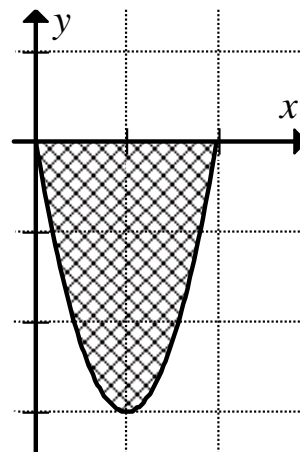
Bestem  $a > 0$ , så  $\int_0^1 \sqrt{x} dx = \int_0^1 ax dx$ .

## Opgave 3

En funktion  $f$  er givet ved:  $f(x) = 3x^2 - 6x$  for  $0 \leq x \leq 2$

Et område er afgrænset af grafen for funktionen og  $x$ -aksen som vist på figuren.

a) Beregn områdets areal.

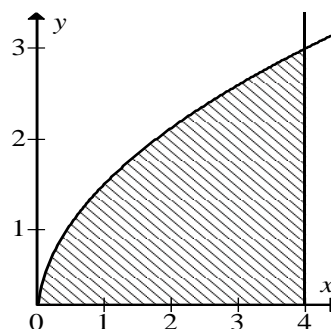


## Opgave 4

En funktion  $f$  er givet ved:  $f(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$ .

Et område er afgrænset af grafen for  $f$ ,  $x$ -aksen og linjen  $x = 4$  som vist på figuren.

a) Beregn områdets areal.

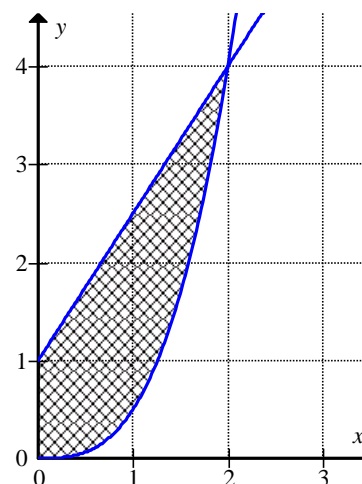


### Opgave 5

To funktioner  $f$  og  $g$  er givet ved:  $f(x) = 1 + \frac{3}{2}x$  og  $g(x) = x^2$

Et område er afgrænset af graferne for de to funktioner og  $y$ -aksen som vist på figuren.

Beregn områdets areal.



### Opgave 6

En funktion  $f$  er givet ved:  $f(x) = -x^2 + 2x$ .

Punktmængden  $M$  er afgrænset af grafen for funktionen  $f$  og  $x$ -aksen.

Bestem arealet af punktmængden  $M$ .

### Opgave 7

En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = -x^2 + 9$

Grafen for  $f$  afgrænser sammen med  $x$ -aksen og  $y$ -aksen et område  $M$  i 1. kvadrant.

- Skitsér grafen for  $f$ .
- Beregn arealet af  $M$ .

### Opgave 8

Funktionerne  $f$  og  $g$  er givet ved:  $f(x) = -x^2 + 9$  og  $g(x) = 2x + 6$ .

- Skitsér de to funktioners grafer og beregn arealet af det område, der afgrænses af de to grafer.

### Opgave 9

En funktion  $f$  er givet ved:  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ ,

og en funktion  $g$  er givet ved:  $g(x) = 2x$ .

- Skitsér de to funktioners grafer og beregn arealet af det område, der afgrænses af de to grafer og linjen  $x = 3$ .

### Opgave 10

En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = x^2, x \geq 0$ , og en anden funktion  $g$  er givet ved  $g(x) = \sqrt{x}$ .

- a) Skitser de to funktioners grafer i samme koordinatsystem, og beregn koordinatsættene til deres skæringspunkter.

Området  $M$  er afgrænset af grafen for  $f$  og grafen for  $g$ .

- b) Skravér området  $M$ , og beregn arealet af dette område.

### Opgave 11

En funktion  $f$  er givet ved:  $f(x) = \frac{1}{16}x^2 + 4$ .

- a) Bestem en ligning for den tangent til grafen for  $f$ , der har hældningskoefficient 1.

Grafen for  $f$ , tangenten med hældningskoefficient 1 samt koordinatsystemets  $y$ -akse afgrænser en punktmængde  $M$ .

- b) Bestem arealet af punktmængden  $M$ .

### Opgave 12

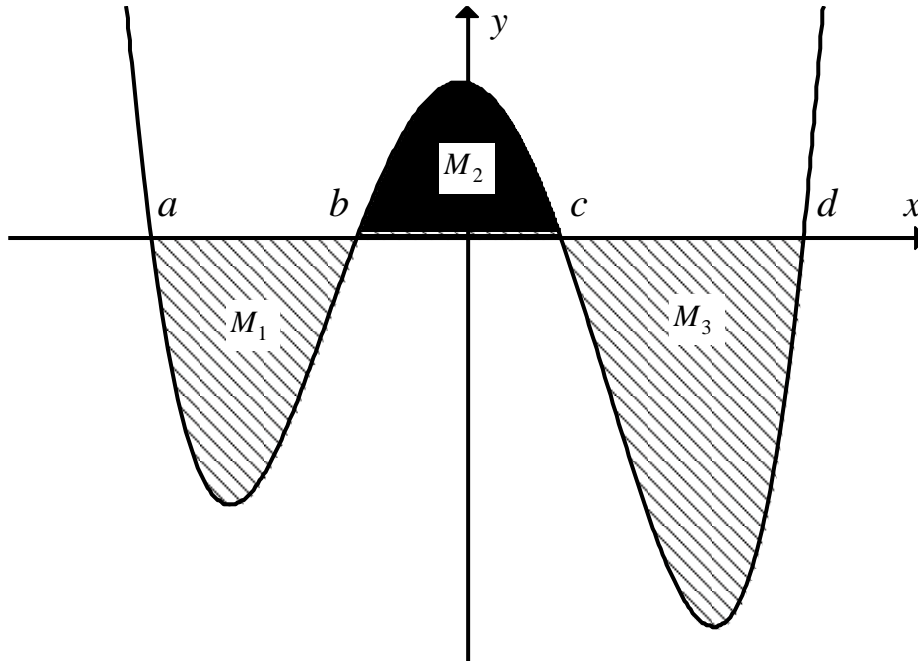
To funktioner er givet ved:

$$f(x) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right) \quad \text{og} \quad g(x) = \tan\left(\frac{\pi}{6}x\right), \quad 0 \leq x < 3.$$

- a) Beregn koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem de to funktioners grafer.
- b) Beregn arealet af det område, der afgrænses af de to funktioners grafer.

### Opgave 13

På figuren er vist grafen for en funktion  $f$ . Grafen for  $f$  afgrænser sammen med  $x$ -aksen tre punktmængder  $M_1, M_2$  og  $M_3$ .



Arealet af  $M_1$  er 2,96.

Endvidere oplyses at  $\int_a^c f(x) dx = -1,21$  og  $\int_a^d f(x) dx = -6,22$ .

- Beregn tallet  $\int_b^c f(x) dx$ .
- Beregn arealet af området  $M_3$ .

## Facit

### Opgave 1

$$a) \left(\frac{32}{5}\right), \quad b) \left(\frac{15}{64}\right), \quad c) 1,$$

$$d) 36, \quad e) 10 * \sqrt{5} - \left(\frac{2}{5}\right), \quad f) = \frac{15}{4}$$

$$g) \left(\frac{1}{\ln(2)}\right), \quad h) \left(\frac{5}{4}\right), \quad i) 10$$

---

### Opgave 2

$$a = \frac{4}{3}$$

---

### Opgave 3

$$\text{Arealet} = -(-4) = 4$$

---

### Opgave 4

$$\text{Arealet} = 8$$

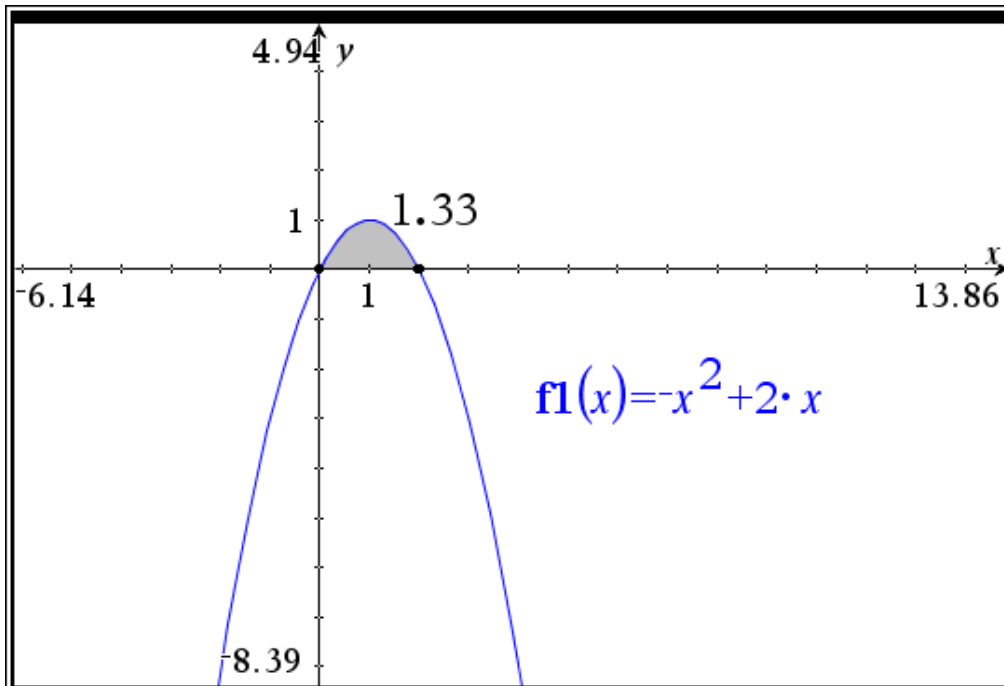
---

### Opgave 5

$$\text{Arealet} = \frac{7}{3}$$

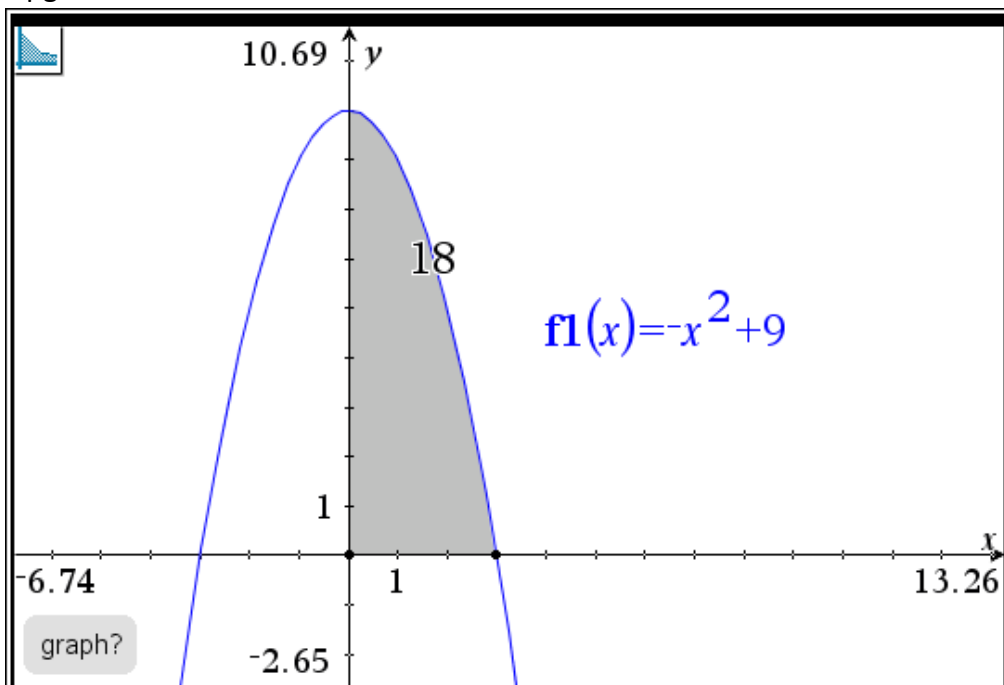
---

Opgave 6



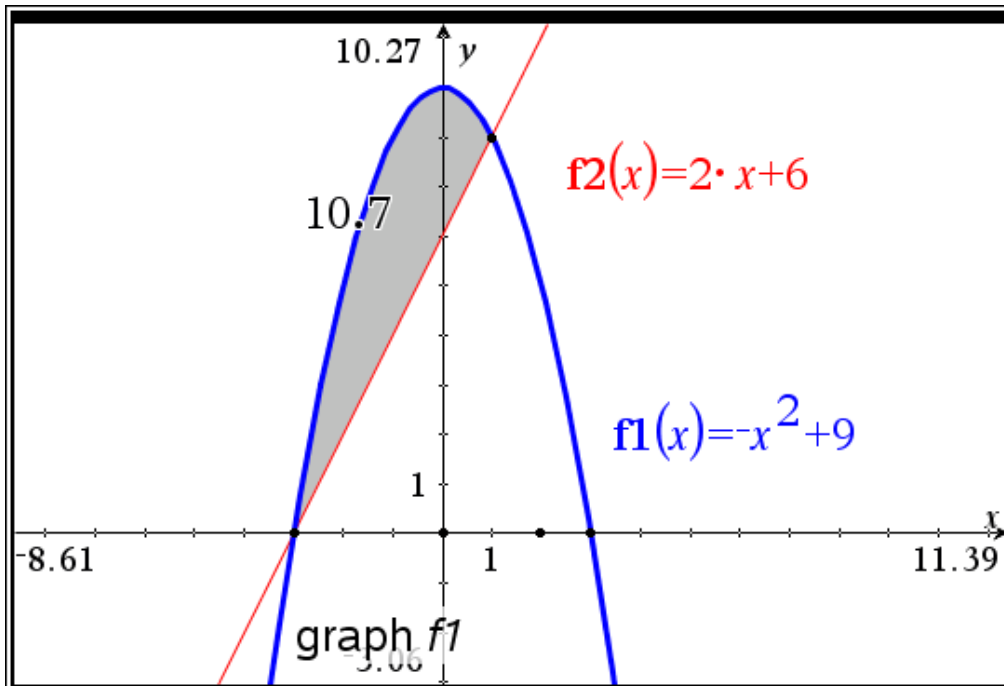
$$A(M) = \left(\frac{4}{3}\right)$$

Opgave 7



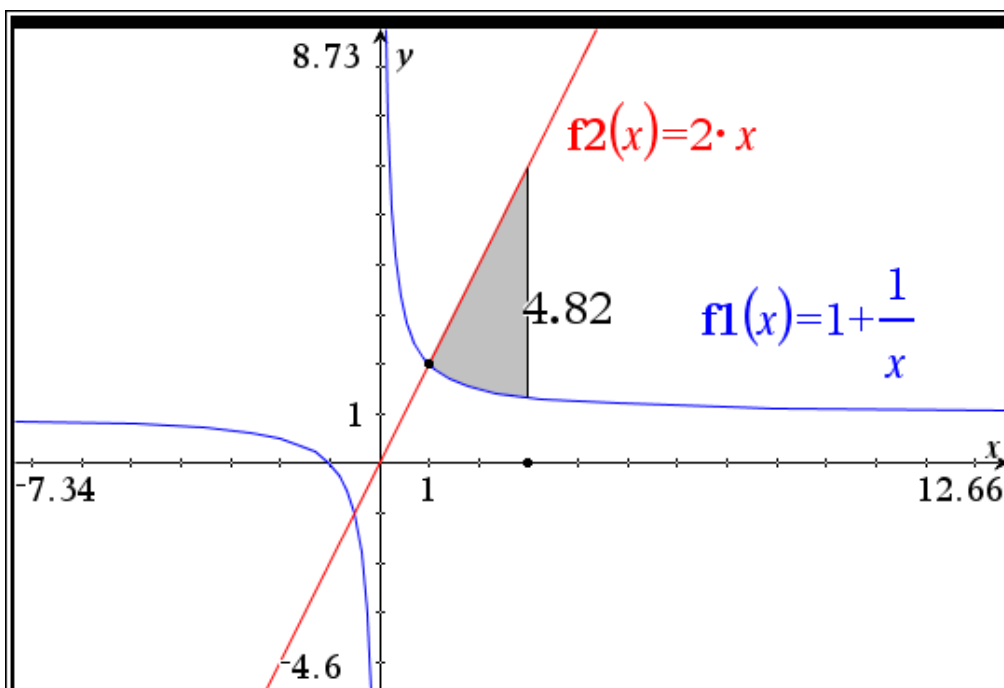
$$A(M) = (18)$$

Opgave 8



$$A(M) = \frac{32}{3}$$

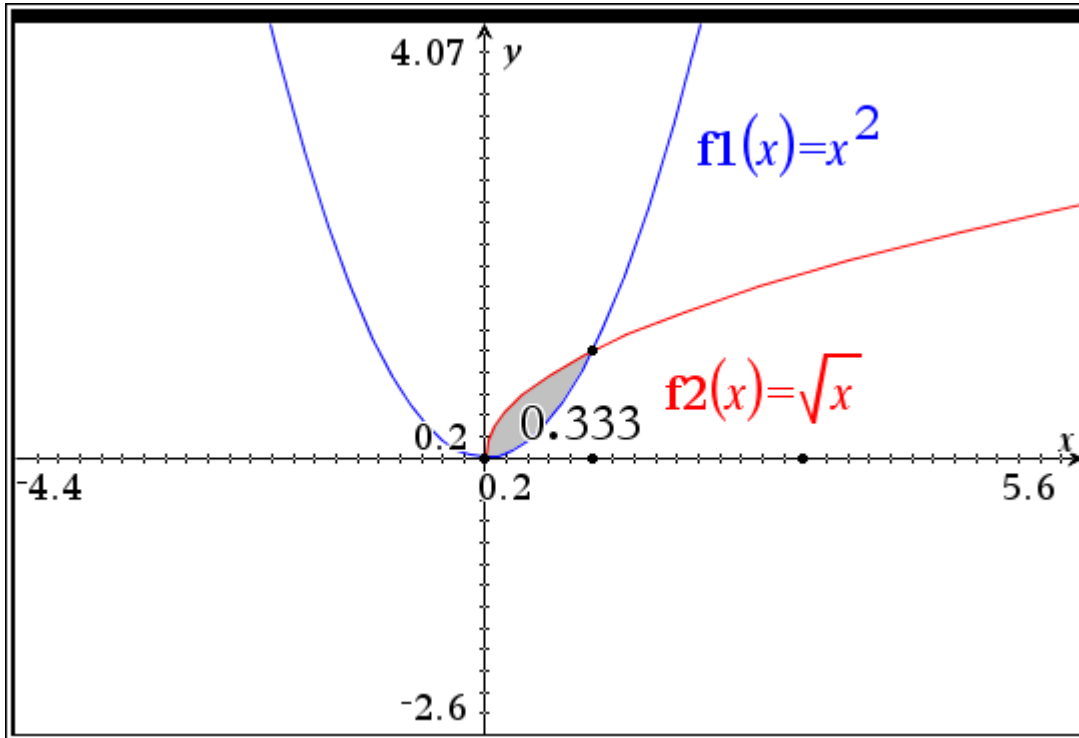
Opgave 9



$$A(M) = 6 \cdot \ln(3)$$

---

Opgave 10



Skæringspunkter  $(0,0)$  og  $(1,1)$

$$A(M) = \left(\frac{1}{3}\right)$$

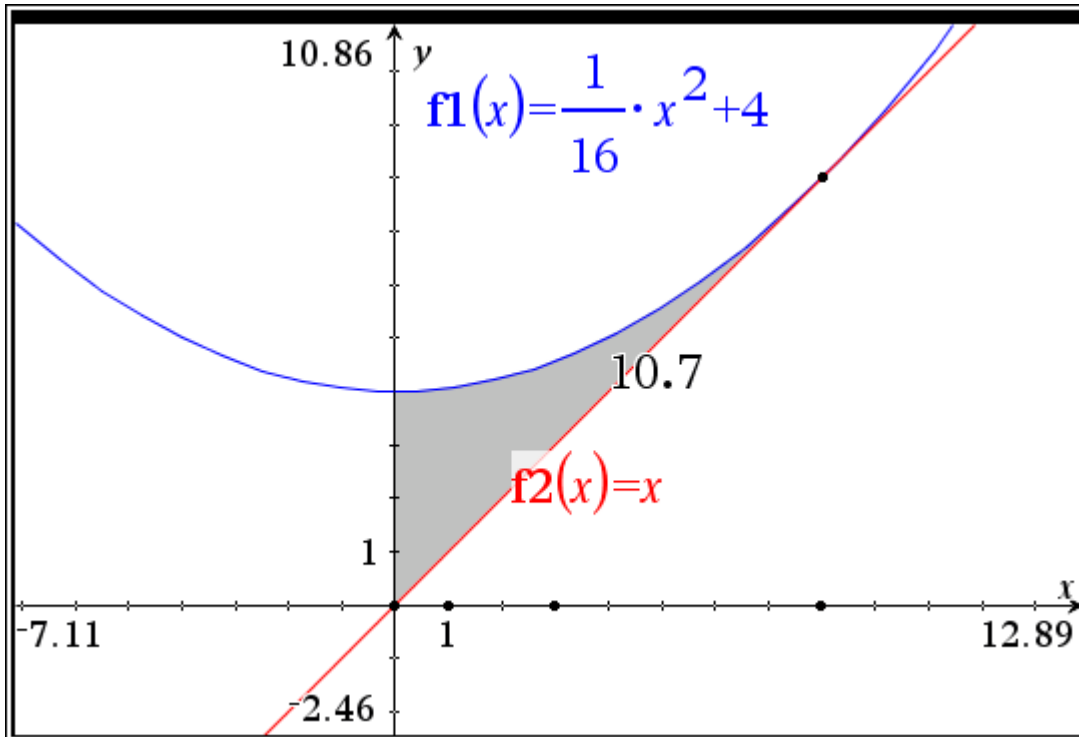
---



Opgave 11

a)  $y = x$

b)



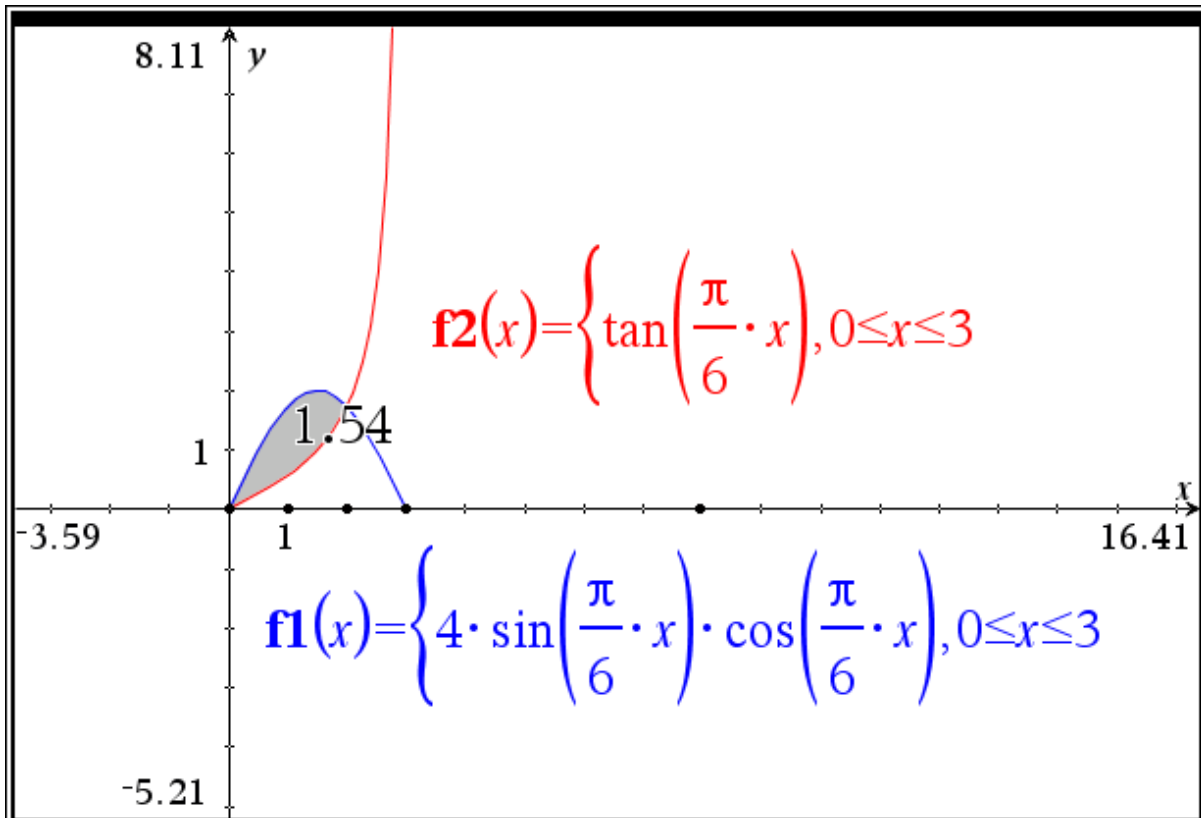
$$A(M) = \left(\frac{32}{3}\right)$$

---

Opgave 12

a) Skæringspunkterne er:  $(0,0)$  og  $(2, \sqrt{x})$

b)



$$A(M) = \left( \frac{-3 * (2 * \ln(2) - 3)}{\pi} \right)$$

---

Opgave 13

a) 1.75

b) 5,01

---

