Plangeometri

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 10 opgaver over.

Opgave 1

To linjer er givet ved ligningerne:

$2x-y+2=0$ og $x+b\cdot y+4=0$, hvor b er en konstant.

a) Beregn konstanten b således, at de to linjer bliver ortogonale.

Opgave 2

En ret linje er givet ved parameterfremstillingen: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, t \in R$

a) Angiv linjen på formen: $y = ax+b$

Opgave 3

a) En vektor er givet ved: $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, og et punkt er givet ved: $P(2,-1)$.

Bestem en ligning for den linje, der går igennem punktet P og har vektoren $\vec{v}$ som normalvektor.

b) I planen er givet et punkt, $P(3,5)$ og en vektor, $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Bestem en ligning for linjen l, der har $\vec{a}$ som en normalvektor, og som går gennem P.

Opgave 4

En vektor er givet ved: $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$, og et punkt er givet ved: $P_0(4,1)$.

Bestem en ligning for den linje, der har vektor $\vec{r}$ som retningsvektor og indeholder punktet P_0.

Opgave 5

a) En linje l i planen er bestemt ved ligningen $6x+8y-4=0$. Endvidere er der givet punktet $P(4,5)$. Bestem afstanden fra punktet P til linjen l.

b) Bestem afstanden mellem linjen $l: x+y-2=0$ og punktet $P(-2,1)$.

c) To linjer l og m er givet ved: $l: y=3x+4, \quad m: y=3x-12$. Bestem afstanden mellem linjerne l og m.

Opgave 6

Bestem cirklens radius og koordinaterne til dens centrum, når:

a) En cirkel er givet ved ligningen $x^2+y^2-4x+6y-23=0$.

b) En cirkel er givet ved ligningen: $x^2-4x+y^2=5$.

Opgave 7

En cirkel er givet ved ligningen: $x^2+4x+y^2-8y=5$

a) Bestem cirklens radius og koordinaterne til cirklens centrum.

b) Beregn koordinaterne til cirklens skæringspunkter med x-aksen.

Opgave 8

En cirkel er givet ved ligningen: $x^2+y^2-4y=5$.

a) Bestem cirklens radius og koordinatsættet til cirklens centrum.

b) Beregn koordinatsættene til cirklens skæringspunkter med y-aksen.

Opgave 9

En ligning er givet ved: $x^2+y^2-2k\cdot x+6y-12=0$, hvor k er et tal.

Bestem k således, at ligningen fremstiller en cirkel med radius $r=5$.

Opgave 10

En cirkel har centrum i punktet $C(-2,1)$ og radius r = 5.

En linje l er givet ved: $3x+4y-6=0$

a) Beregn afstanden mellem punktet C og linjen l.

b) Undersøg om linjen l skærer cirklen.

Opgave 11

a) I planen er givet cirklen: $(x-1)^2+(y+2)^2=25$ samt punktet $P(5,1)$ som ligger på cirklen.
Bestem en ligning for tangenten til cirklen gennem punktet P.

b) En cirkel er givet ved: $(x+1)^2+(y-2)^2=25$,
og en linje er givet ved: $4x-3y-15=0$.
Vis, at linjen er tangent til cirklen.

Opgave 12

To linjer er givet ved: $l: y=-3x+4$ og $m: 2x-y-3=0$.
Et punkt er givet ved: $P(3,-2)$.

a) Beregn den spidse vinkel mellem l og m.

b) Beregn afstanden mellem P og m.

Opgave 13

En cirkel er givet ved, at den har centrum i $C(2,-3)$ og at den tangerer en linje, der er givet ved: $4x-3y+8=0$.

a) Bestem en ligning for cirklen.

b) Bestem koordinaterne til skæringspunkterne mellem cirklen og x-aksen.

Opgave 14

I planen er to linjer l og m bestemt ved ligningerne

$l: 2x-3y+6=0$ og $m: 4x-5y+20=0$.

a) Bestem den spidse vinkel mellem linjerne l og m.

b) Bestem koordinaterne til skæringspunktet mellem linjerne l og m.

Opgave 15

To cirkler er givet ved ligningerne:

$(x-2)^2+(y+5)^2=16$ og $(x-10)^2+(y-1)^2-36=0$.

a) Bestem en ligning for den linje, der går gennem de to cirklers centre.

b) Bestem koordinatsættet til røringspunktet mellem de to cirkler.

Opgave 16

En ligning er givet ved: $x^2 + 4x + y^2 - k \cdot y = 8$, hvor k er en konstant.

a) Bestem k således, at ligningen fremstiller en cirkel med centrum $C(-2,1)$.

b) Bestem cirklens radius for $k = 2$.

Opgave 17

En cirkel C er givet ved $(x-1)^2 + y^2 = 5$ og en linje l er givet ved $y = 2x+1$
.

a) Bestem afstanden fra centrum af cirklen C til linjen l.

b) Bestem koordinatsættene til skæringspunkterne mellem cirklen C og linjen l.

c) Bestem en ligning for tangenten til cirklen C i punktet $P(3,1)$.

Opgave 18

En linje l er givet ved: $5x + 3y = 6$.

a) Bestem afstanden mellem linjen l og punktet $P(1,2)$.

b) Bestem en ligning for den linje m, der er ortogonal på linjen l og går igennem punktet $P(1,2)$.

c) Bestem den spidse vinkel mellem linje l og y-aksen.

Opgave 19

I et koordinatsystem er punkterne $A(1,-1)$ og $B(-1,3)$ givet.

Den rette linje l er givet ved ligningen $y = -x + 5$.

a) Bestem vinklen mellem de to stedvektorer til punkterne A og B.

b) Bestem ligningen for den linje m, der skærer linje l i det punkt hvor $x = 2$, og som har $\overrightarrow{AB}$ som normalvektor.

c) Bestem koordinaterne til punkt P i 1.kvadrant på linjen l, således at arealet af trekant ABP er 5.

Opgave 20

I et koordinatsystem i planen er givet tre punkter: $O(0,0)$, $A(5,-3)$ og $B(-3,-1)$.

a) Bestem vinklen mellem stedvektorerne til punkterne A og B.

b) Bestem ligningen for den linje gennem A, der er parallel med linjen med ligningen $x-2y+1=0$.

Et punkt P ligger i første kvadrant på parablen med ligningen $f(x)=x^2$.

d) Bestem koordinatsættet til punktet P således at, arealet af den trekant, der udspændes af stedvektorerne $\overrightarrow{OA}$og $\overrightarrow{OP}$, får arealet $T=13$.

Opgave 21

En ret linje l er givet ved: $y=2x+6$

En parabel er givet ved: $y=-x^2+4x-2$

a) Bestem en ligning for den cirkel, der har centrum i parablens toppunkt, og som har linjen l som tangent.

b) Bestem koordinaterne til det punkt på parablen, som har mindst afstand til linjen l.

Opgave 22

I planen er givet punkterne $A(2,1)$ og $B(0,3)$, vektoren $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ og linjen $l: y=2x+1$.

a) Bestem en ligning for den rette linje m, som indeholder punktet B og har vektoren $\vec{v}$ som normalvektor.

b) Beregn den spidse vinkel mellem linjen l og vektoren $\overrightarrow{AB}$.

c) Bestem koordinaterne til de punkter på x-aksen, hvor afstanden til linjen l er $\sqrt{5}$.

d) Bestem koordinaterne til vektoren $\vec{v}_y$ som fremkommer ved at projicere vektor $\vec{v}$ på y-aksen.