

# Vektorer i rummet

---

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 8 opgaver over.

## Opgave 1

Punkterne  $A, B, C$  og  $D$  har koordinaterne

$$A(-1,0,4), B(3,7,1), C(6,-1,0), D(1,4,-5).$$

Bestem koordinaterne til vektorerne  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{CB}$ .

## Opgave 2

Angiv koordinaterne til  $B$ , når  $A(1,-2,3)$  og  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

## Opgave 3

Angiv koordinaterne til midtpunkterne af siderne i  $\Delta ABC$ , når

$$1) A(-2,4,6), B(6,-2,-4), C(2,6,4)$$

## Opgave 4

Angiv skalarprodukterne  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  og  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ , når

$$1) \vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Løs derefter følgende ligning

$$2) \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ z \end{pmatrix} = -6$$

## Opgave 5

Beregn længden af følgende vektorer:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -9 \\ -12 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 14 \\ -7 \\ 14 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -9 \\ 18 \\ 18 \end{pmatrix}$$

### Opgave 6

Bestem tallet  $t$ , så  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$  bliver ortogonale, når

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Undersøg, om der findes værdier af  $t$ , der gør  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$  parallelle.

### Opgave 7

Bestem vinklen mellem vektorerne  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$ , når

$$1) \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$2) \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 13 \\ 21 \end{pmatrix}$$

### Opgave 8

Beregn vektorproduktet:  $\vec{a} \times \vec{b}$ , når

$$1) \vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ +5 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$2) \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

### Opgave 9

Bestem de reelle tal  $k$ , for hvilke  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$  er ortogonale, når

$$1) \vec{a} = \begin{pmatrix} k-1 \\ k \\ k+1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -k \\ 2k \\ -k \end{pmatrix}$$

### Opgave 10

I et koordinatsystem er givet vektorerne

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- Angiv projektionen af  $\vec{a}$  på  $\vec{b}$ .
- Angiv projektionen af  $\vec{b}$  på  $\vec{c}$ .
- Angiv projektionen af  $\vec{a}$  på  $\vec{c}$ .

### Opgave 11

I et koordinatsystem er givet punkterne

$$A(1, -2, 5), B(0, 1, 2), C(3, -1, 1), D(2, 3, 4).$$

Bestem længden af projektionen af  $\overrightarrow{AB}$  på  $\overrightarrow{CD}$ .

### Opgave 12

Angiv en vektor, der er ortogonal på  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$ , når

$$1) \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2) \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

### Opgave 13

Om vektorerne  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$ , oplyses, at

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = 7, |\vec{a}| = 5 \text{ og } \nu = 30^\circ,$$

hvor  $\nu$  er vinklen mellem  $\vec{a}$  og  $\vec{b}$ . Bestem  $|\vec{b}|$ .

### Opgave 14

To vektorer  $\vec{a}$  og  $\vec{b}_k$  er givet ved:  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$  og  $\vec{b}_k = \begin{pmatrix} k \\ k+2 \\ k+6 \end{pmatrix}$ , hvor  $k$  er en

konstant.

a) Bestem konstanten  $k$ , så vektor  $\vec{a}$  og vektor  $\vec{b}_k$  er parallelle.

b) Bestem vinklen mellem vektor  $\vec{a}$  og vektor  $\vec{b}_k$  for  $k=1$ .

---

---

### Facit

#### Opgaver 1

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{DC} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \vec{CB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

---

#### Opgave 2

$$B(3, -5, 7)$$

---

#### Opgave 3

$$M(AB) = (2, 1, 1), \quad M(BC) = (4, 2, 0), \quad M(AC) = (0, 5, 5)$$

---

#### Opgave 4

1)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11, \vec{a} \cdot \vec{c} = -41, \vec{b} \cdot \vec{c} = 4$

2)  $z = 1$

---

#### Opgaver 5

$$|\vec{a}| = 17$$

$$|\vec{b}| = 21$$

$$|\vec{c}| = 27$$

---

Opgave 6

t=1

der findes ikke

---

Opgave 7

1)  $V = 8.21$

2)  $V = 1.24$

---

Opgave 8

1)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -55 \\ 12 \\ -32 \end{pmatrix}$

2)  $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}$

---

Opgave 9

Alle de reelle tal.

---

Opgave 10

a)  $\left(-\frac{14}{17}, -\frac{14}{17}, -\frac{21}{17}\right)$

b)  $(0,0,0)$

c)  $\left(\frac{9}{5}, 0, \frac{-3}{5}\right)$

---

Opgave 11

$$\left(-\frac{2}{13}, \frac{8}{13}, \frac{6}{13}\right)$$

---

Opgave 12

1)  $\vec{a} \times \vec{b} = (-1, 7, -5)$

2)  $\vec{a} \times \vec{b} = (3, 1, 0)$

---

Opgave 13

$$|\bar{b}| = 2.8$$

---

Opgave 14

a)  $k = 4$

b) 13.71

---

---