

Vektorfunktioner

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 6 opgaver over.

Opgave 1

I et koordinatsystem er linjen m givet ved parameterfremstillingen

$$x = -3 + 2t$$

$$y = 2 - t$$

- 1) Angiv en retningsvektor for m .
- 2) Angiv koordinaterne til to punkter på m .
- 3) Afgør, om punktet $P_t(-33, -9)$ ligger på m .
- 4) Afgør, om følgende også er en parameterfremstilling for m :

$$x = -11 - 4t$$

$$y = 6 + 2t$$

Opgave 2

Et punkt P_t bevæger sig efter parameterfremstillingen

$$x = 4 - 4t$$

$$y = -1 + 3t$$

Angiv koordinaterne for P_{-2} .

Bestem hastighedsvektor og fart; tegn banekurven.

Opgave 3

Bestem de t -værdier for hvilke grafen for $f(t)$ skærer en af koordinataksene, når

$$f_1(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 6t \\ 2t \end{pmatrix}, f_2(t) = \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t \end{pmatrix},$$

$$f_3(t) = \begin{pmatrix} t - t^2 \\ t^2 - 3t \end{pmatrix}, f_4(t) = \begin{pmatrix} 9 - t^2 \\ t^2 - 4 \end{pmatrix}.$$

Opgave 4

Bestem de t -værdier for hvilke grafen ligger i 2. anden kvadrant når vektorfunktionen er givet ved hhv.

$$f(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 3t \\ 2 - t \end{pmatrix}, \quad g(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ -t^2 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad h(t) = \begin{pmatrix} 2 - t \\ t^2 - 4 \end{pmatrix}.$$

Opgave 5

Angiv hvis det er muligt, en ligning for tangenten i punktet, der svarer til t_0 , når

$$1) f(t) = \begin{pmatrix} 2t - 1 \\ 4t^2 \end{pmatrix}, t_0 = 2$$

$$2) g(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 3t^2 \\ \cos t \end{pmatrix}, t_0 = 0$$

$$3) h(t) = \begin{pmatrix} (\ln t)^2 \\ \ln(t^2) \end{pmatrix}, t_0 = e$$

$$4) k(t) = \begin{pmatrix} 2t^3 + 2 \\ 4t^3 + 4t \end{pmatrix}, t_0 = -1$$

Opgave 6

Tegn kurven, der er givet ved vektorfunktionen

$$f(t) = \begin{pmatrix} 2 \sin t - 3 \\ 2 \cos t + 2 \end{pmatrix}, 0 \leq t_0 < 2\pi.$$

Afsæt derefter på samme figur hastigheds- og accelerationsvektoren til tidspunkterne

$$0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \quad \text{og} \quad \pi.$$

Angiv farten til tidspunktet t_0

Opgave 7

Et punkt bevæger sig i et koordinatsystem efter parameterfremstillingen

$$x = t^3 - t$$

$$y = 2t^4 - t^2$$

Bestem accelerationsvektoren til de tidspunkter, hvor punktets bevægelsesretning er parallel med en af koordinataksene.

Opgave 8

En partikel bevæger sig i planen, så den til tidspunktet t befinder sig i punktet med koordinaterne $f(t)$, hvor

$$f(t) = \begin{pmatrix} (t-1)^2 \\ t^2 - 2t \end{pmatrix},$$

Bestem de tidspunkter t for hvilke

- 1) $f'(t) \cdot f''(t) = 0$
- 2) $f'(t) \perp f''(t)$
- 3) $f'(t) \parallel f''(t)$.

Opgave 9

I et koordinatsystem er en kurve givet ved parameterfremstillingen:

$$x = t^2 - 4$$

$$y = t^3 - 3t$$

- 1) Bestem koordinaterne til banekurvens skæringspunkter med koordinataksene.
- 2) Angiv ligninger for de tangenter, der er parallelle med koordinataksene.
- 3) Angiv koordinaterne til dobbelpunktet.
- 4) Angiv hastighed, fart og acceleration til $t = \pm\sqrt{3}$.

Opgave 10

En kurve i et koordinatsystem givet ved parameterfremstillingen

$$x = t^3 - t$$

$$y = t^2 - 1$$

Bevis, at kurven er symmetrisk om en af koordinataksene. I dobbeltpunktet er der to tangenter. Bestem en ligning for disse to tangenter, og beregn den spidse vinkel mellem dem.

Opgave 11

Banekurven for $(x = -4 + 5 \cos(2t), y = 2 + 5 \sin(2t))$, er en cirkel.

Angiv centrum, radius, hastigheds- og accelerationsvektor, fart og vinkelhastighed.

Opgave 12

I et koordinatsystem i planen er en kurve givet ved parameterfremstillingen:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t) - 1 \\ t \cdot \cos(t) \end{pmatrix}, t \in] - \pi; \pi[$$

- Tegn banekurven for vektorfunktionen
- Beregn koordinaterne til hvert af kurvens skæringspunkter med koordinataksene
- Angiv en parameterfremstilling for partiklens hastighedsvektor
- Angiv en parameterfremstilling for partiklens accelerationsvektor
- Beregn hastighedsvektoren til tiden $t = \frac{\pi}{2}$
- Beregn farten til tiden $t = 0$
- Beregn accelerationsvektoren til tiden $t = 0$

Opgave 13

En bold kastes, så bolden gennemløber en banekurve, der beskriver det skrå kast.

- Opstil en parameterfremstilling/vektorfunktionen der beskriver den banekurve der fremkommer, når en bold kastes med begyndeshastigheden 3 m/s og hvor kasteren har hånden i en meters højde, idet personen kaster.
- Hvor højt kommer bolden op?
- Hvor lang tid tager det før bolden er højest oppe?
- Hvad er boldens maksimale hastighed?