

Ekspontialfunktioner og eksponentielle udviklinger

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 5 opgaver over.

Opgave 1

Afgør for hver af følgende eksponentialfunktioner, om der er voksende eller aftagende:

$$f_1(x) = \exp_4(x), \quad f_2(x) = \exp_{\frac{1}{2}}(x), \quad f_3(x) = 5^x,$$

$$f_4(x) = 3^x, \quad f_5(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^x, \quad f_6(x) = 0.6^x,$$

$$f_7(x) = 2,1^x$$

Opgave 2

Bestem en eksakt regneforskrift for den eksponentialfunktion f , hvis graf går gennem punktet $(1,6)$.

Opgave 3

En funktion er en eksponentiel udvikling, hvis den kan skrives på formen $f(x) = b \cdot a^x$, hvor $a > 0, a \neq 1, b > 0$. Vis, at nedenstående funktioner er eksponentielle udviklinger ved at angive dem på formen $f(x) = b \cdot a^x$, 2 decimaler:

$$f(x) = 2 \cdot e^{0,3x}, \quad g(x) = 3e^{-1,3x} \quad \text{og} \quad h(x) = 0,4e^{-0,21x}$$

Opgave 4

Om en eksponentiel udvikling $f(x) = b \cdot a^x$, hvor $a, b > 0$ og $a \neq 1$. Bestem konstanterne a og b når:

- Der oplyses, at grafen for funktionen går igennem punkterne $Q(0,2)$ og $R(1,8)$.
- $f(0) = 2$ og $f(2) = 18$.

Opgave 5

En eksponentiel udvikling f er givet ved forskriften: $f(x) = b \cdot a^x$, hvor $a, b > 0$ og $a \neq 1$. Det oplyses, at $f(2) = 4$ og $f(4) = 16$.

a) Bestem konstanterne a og b .

b) En anden eksponentiel udvikling g har halveringskonstanten $T_{1/2} = 4$.

Det oplyses, at $g(2) = 6$. Bestem $g(6)$.

Opgave 6

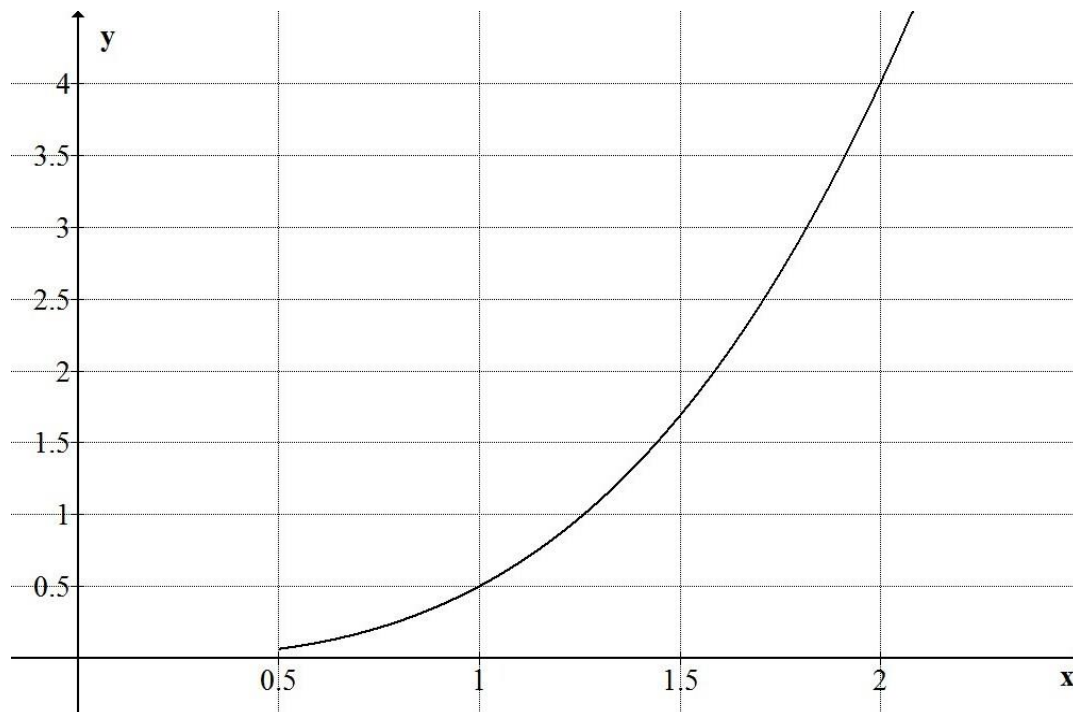
En eksponentiel udvikling $f(x) = b \cdot a^x$ har fordoblingskonstanten $T_2 = 3$.

Det oplyses, at $f(2) = 16$.

Bestem $f(5)$.

Opgave 7

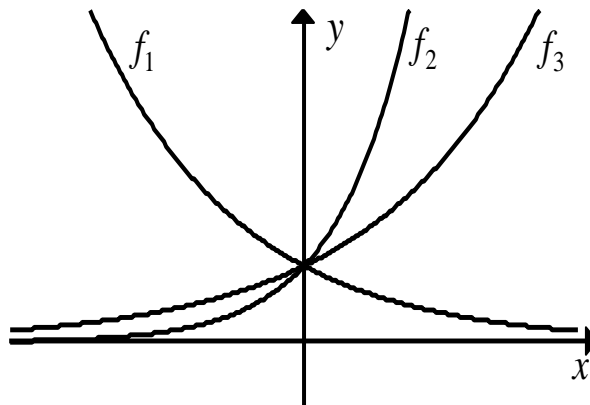
På nedenstående graf er vist nogle måleresultater, som følger en funktion af typen $f(x) = b \cdot a^x$, hvor konstanterne a og b er reelle tal.



Beregn konstanterne a og b ved hjælp af grafen.

Opgave 8

På figuren er vist graferne for tre forskellige eksponentielle udviklinger af typen: $f(x) = b \cdot a^x$.



- Bestem hvilken af de tre funktioner, der har den største, henholdsvis mindste værdi af tallet a .
- Bestem hvilken af funktionerne f_2 og f_3 , der har den største fordoblingskonstant.

Om en anden eksponentiel udvikling g oplyses, at $g(10) = 12$ og fordoblingskonstanten $T_2 = 4$.

- Bestem $g(2)$.

Opgave 9

En bakteriekultur vokser eksponentielt og antallet af bakterier tredobles på en time. Efter 4 timers forløb indeholder kulturen 10 millioner bakterier. Hvor mange bakterier var der oprindeligt?

Opgave 10

En funktion f er givet ved $f(x) = e^{x-2}$, $x \in \mathbf{R}$.

Bestem forskrift og definitionsmængde for f^{-1} omvendte (inverse) funktion.

Tegn graferne for f og f^{-1} i samme koordinatsystem.

Opgave 11

Find forskrifter for de sammensatte funktioner $(f \circ g)(x)$ og $(g \circ f)(x)$, når $f(x) = 3 \cdot 5^x$ og $g(x) = 2 - x$.

Er $(f \circ g)(x)$ og/eller $(g \circ f)(x)$ eksponentielle udviklinger?

Facit

Opgave 1

$f_1(x)$ er V , $f_2(x)$ er A , $f_3(x)$ er V ,
 $f_4(x)$ er V , $f_5(x)$ er A , $f_6(x)$ er A ,
 $f_7(x)$ er V

Opgave 2

$$f(x) = 6^x \qquad a > 0 \text{ og } a \neq 1$$

Opgave 3

$$f(x) = 2(e^{0,3})^x, \quad g(x) = 3\left(\frac{1}{e^{1,3}}\right)^x$$
$$h(x) = 0,4\left(\frac{1}{e^{0,21}}\right)^x$$

Opgave 4

a)

$$f(x) = 2 * 4^x$$

b)

$$f(x) = 2 * 3^x$$

Opgave 5

a)

$$f(x) = 1 * 2^x$$

b)

$$g(6) = \frac{3}{2}$$

Opgave 6

$$f(x) = 2^{\frac{10}{3}} \cdot 2^{\frac{5}{3}x}$$

Så

$$f(5) = 2^5$$

Opgave 7

$$f(x) = 4 * 8^x$$

Opgave 8

a) har den største værdi af tallet a er : $f_2(x)$

har den mindste værdi af tallet a er : $f_3(x)$

b) har den største fordoblingskonstant : $f_3(x)$

c)

$$g(x) = 2,125 * 1,189^x$$

Så

$$g(2) = 3.004$$

Opgave 9

Antallet af bakterier er: 123457 bakterier

Opgave 10

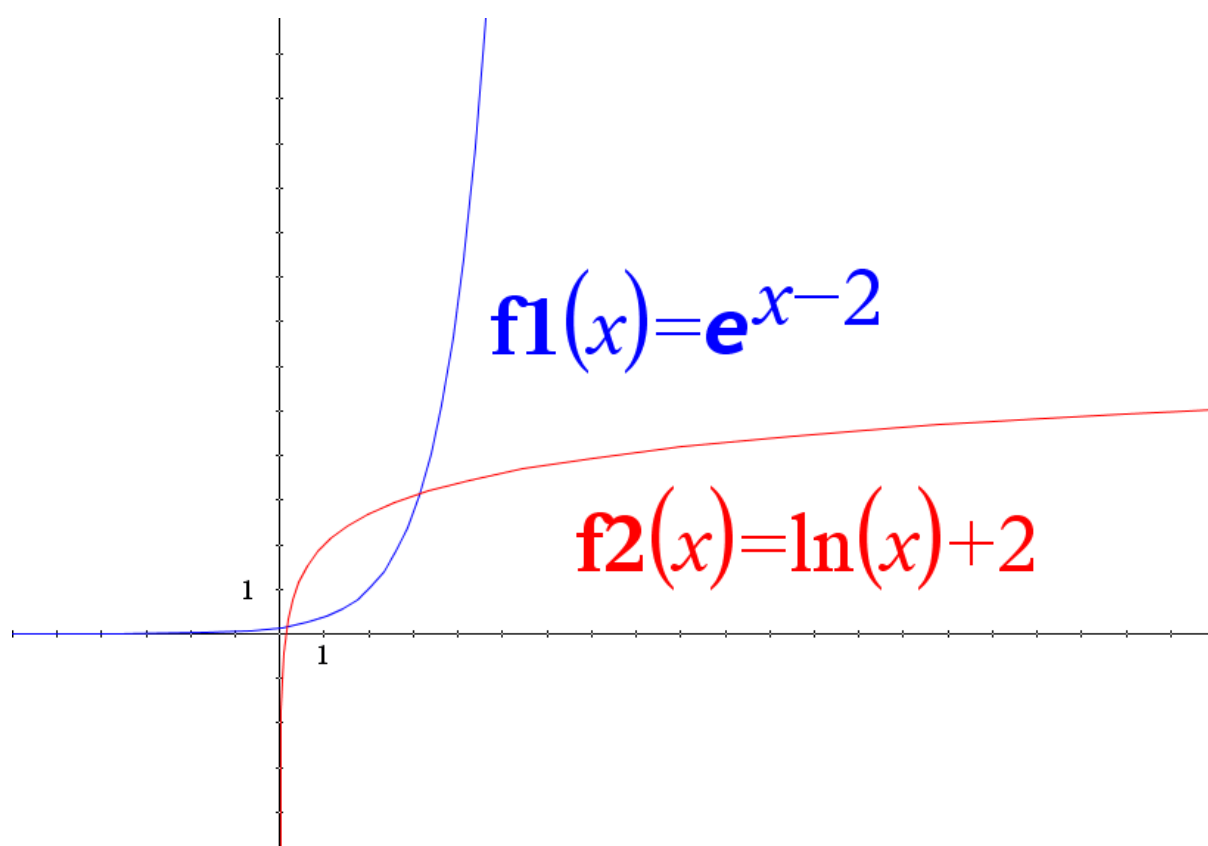
$$x = f^{-1}(y) = \ln(y) + 2$$

eller man kan skrive

$$f^{-1}(x) = \ln(x) + 2$$

Definitionsmængde for f^{-1} er

$$\text{DM}(f^{-1}) =]0, +\infty[$$



Opgave 11

$$(f \circ g)(x) = 3 * 5^{2-x}$$

$$(g \circ f)(x) = 2 - 3 * 5^x$$

$(f \circ g)(x)$ er eksponentielle udviklinger, men $(g \circ f)(x)$ er ikke.

