

Logaritmer

Hvis man ønsker mere udfordring, kan man springe de første 5 opgaver over.

Opgave 1

Skriv hvert af følgende tal kortere:

$$\log 10^{3,4}, \quad \ln e^{2,7}, \quad 10^{\log 7,8}, \quad e^{\ln 1,2},$$
$$\ln e^{234}, \quad e^{\ln 1,2}, \quad \log 10^{0,2345}, \quad 10^{\log 9,8}$$

Opgave 2

Løs ligningerne

- a) $\log x = 1$
- b) $\log x = 3$
- c) $\ln x = 3$
- d) $\ln x = 1$
- e) $\log x = 2$
- f) $\ln x = 2$
- g) $40 \cdot \log x = 80$
- h) $4 - 3 \cdot \ln x = -5$

Opgave 3

Benyt logaritmeregningerne til, at skrive følgende tal som en logaritme:

$$a = \log 2 + \log 3, \quad b = \log 18 - \log 9, \quad c = \log 4 + 2 \log 3$$

$$d = 3 \log 2 + 2 \log 3 - 2 \log 6, \quad f = 2 \log a - \log b, \quad g = \frac{1}{2} \log 49.$$

Opgave 4

Nedestående udtryk er parvis ens. Angiv hvilke der hører sammen, og vis ved omskrivninger at der er rigtigt.

- 1) $2 \log a,$
- 2) $\log(ab) - \log a$
- 3) $2 \log \sqrt[4]{a}$
- 4) $\log \sqrt{a}$

5) $\log(2a) - \log a$

6) $\log 2$

7) $\frac{1}{2}\log a^4$

8) $\log b$

Opgave 5

Omskriv hvert af følgende udtryk, så det højst indeholder en logaritme:

$$a = \log \frac{9}{8} + \log 16, \quad b = \ln x + \ln(x + 1),$$

$$c = 3 \log 2 + \log 2^{-2}, \quad d = \ln 25 - \ln \frac{125}{7},$$

$$f = \log x + \log(x + 1), \quad g = 4 \ln e - \ln e^7.$$

Opgave 6

Løs følgende ligningerne

a) $\log x = 2 \log 3$

b) $\log x = \ln 1$

c) $\ln x = \ln 3 + \ln 4$

d) $\log x = \frac{1}{2}\log 4$

e) $3 \ln x = \ln 8$

f) $\log x = \log 63 - \log 9$

Opgave 7

Løs følgende ligninger:

a) $3^x = 27$

b) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-x} = 36$

c) $5^{-x} = 125$

Løs følgende uligheder:

a) $2^x > 8$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 27$

c) $5^x \geq 1/2$

d) $3^x < 81$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^x \geq 7$

Opgave 8

Løs følgende ligninger:

1) $\ln(x-2) - \ln(4-x) = 0$.

2) $\ln(2x-1) - \ln(x) = 0$.

3) $\ln(x+2) - \ln(1-x) = 0$.

4) $\ln(x+2) - 2 \cdot \ln(x) = 0$.

Opgave 9

Løs følgende ligninger:

a) $\log(2-3x) = \ln e^3$

b) $\ln x + \ln(x+2) = 3 \cdot \ln 2$

c) $\log(3-x) - \log x = -2$

d) $\log\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \log(x+4) = 0$

e) $\ln(x-1) - 2 \ln x = 3$.

Opgave 10

Løs følgende ligninger:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5}} = e^{-2x}$

2) $\ln\left(\frac{x}{2}\right) + \ln(x-2) = 2 \ln(2)$.

3) $3 \ln(2) + \ln(x) - \ln(x^5) = \ln\left(\frac{x}{4}\right)$

$$4) \ln\left(\frac{x}{2}\right) = 6 - \ln(2)$$

Opgave 11

En funktion f er givet ved: $f(x) = 2 \cdot \ln(x+1) - \ln(x+3)$.

- Bestem definitionsmængden for f .
- Løs ligningen: $f(x) = 0$.

Opgave 12

Bestem forskriften for den omvendte funktion f^{-1} for:

- En funktion f er givet ved: $f(x) = 3 \ln\left(\frac{x}{2}\right)$.
- En funktion f er givet ved forskriften: $f(x) = \ln(x-1)$.

Opgave 13

- En eksponentiel udvikling er givet ved: $f(x) = 3 \cdot 4^x$.
- Bestem fordoblingskonstanten for f .

Opgave 14

Grafen for en eksponentiel udvikling f går gennem punkterne: $A(1,3)$ og $B(6,12)$.

- Bestem en forskrift for f .
- Bestem fordoblingskonstanten for f .

Opgave 15

Eksponentielle udviklinger kan også skrives på formen

$$f(x) = b \cdot e^{kx}.$$

Bestem formler for fordoblings- og halveringskonstant udtrykt ved k .

Facit

Opgave 1

$$\log 10^{3,4} = 3,4, \quad \ln e^{2,7} = 2,7, \quad 10^{\log 7,8} = 7,8, \quad e^{\ln 1,2} = 1,2,$$

$$\ln e^{234} = 234, \quad e^{\ln 1,2} = 1,2, \quad \log 10^{0,2345} = 0,2345, \quad 10^{\log 9,8} = 9,8$$

Opgave 2

- a) $x = 10$
 - b) $x = 1000$
 - c) $x = e^3$
 - d) $x = e$
 - e) $x = 100$
 - f) $x = e^2$
 - g) $x = 100$
 - h) $x = e^3$
-

Opgave 3

$$a = \log 6, \quad b = \log 2, \quad c = \log 36$$

$$d = \log 2, \quad f = \log\left(\frac{a^2}{b}\right), \quad g = \log 7.$$

Opgave 4

$$1) = 7), \quad 2) = 8), \quad 3) = 4), \quad 5) = 6)$$

Opgave 5

$$a = \log 18, \quad b = \ln(x^2 + x), \quad c = \log 2,$$

$$d = \ln \frac{7}{5}, \quad f = \log(x^2 + x), \quad g = \ln e^{-3}.$$

Opgave 6

- a) $x = 9$ b) $x = 1$ c) $x = 12$ d) $x = 2$ e) $x = 2$ f) $x = 7$

Opgave 7

- a) $x = 3$ b) $x = 2$ c) $x = -3$
a) $x \in]3; \infty[$ b) $x \in]3; \infty[$ c) $x \in \left[-\frac{\log 2}{\log 5}; \infty\right[$
d) $x \in]-\infty; 4[$ e) $x \in \left[\frac{\log 7}{\log 5}; \infty\right[$

Opgave 8

- 1) $x = 3$ 2) $x = 1$ 3) $x = -\frac{1}{2}$ 4) $L = \{-1; 2\}$

Opgave 9

- a) $x = -\frac{998}{3}$ b) $L = \{-4; 2\}$ c) $x = \frac{300}{101}$ d) $x = -2$ e) Ingen løsning

Opgave 10

- 1) $x = \frac{1}{10} \ln 2$ 2) $x = 4$ 3) $x = 2$ 4) $x = e^6$

Opgave 11

- a) $\text{Dm}(f) =]-1; \infty[$
b) $L = \{-2; 1\}$
-

Opgave 12

a) $f^{-1}(x) = 2 \cdot e^{\frac{x}{3}}$

b) $f^{-1}(x) = 1 - e^x$

Opgave 13

a) $T_2 = \frac{1}{2}$

Opgave 14

a) $a = 2^{\frac{2}{5}}$

b) $T_2 = \frac{5}{2}$

Opgave 15

$T_{\frac{1}{2}} = -\frac{\ln 2}{k}, \quad T_2 = \frac{\ln 2}{k}$
